

Уравнения (2.67), (2.68) обеспечивают достаточно высокое качество аппроксимации данных по теплообмену и трению, позволяют рассчитывать пластинчато-ребристые теплообменники с произвольной конфигурацией каналов, а также дают возможность существенно уменьшить объем экспериментов при исследовании аппаратов с теплообменными поверхностями новых типов.

Таблица 2.4

Коэффициенты в уравнениях (2.67), (2.68)				
Уравнение	$a_1$	$a_2$	$a_3$	M
(2.67)	0,11683	0,77234	—	0,0854
(2.68)	0,11414	0,53000	-0,1133	0,0799

### ГЛАВА ТРЕТЬЯ

## РЕГЕНЕРАТИВНЫЕ ТЕПЛОБМЕННИКИ

### 3.1. Одномерные уравнения нестационарного теплообмена

Нестационарность процесса теплообмена в регенераторах и его осуществление через теплоемкую массу определяет основные различия в методах расчета и конструирования регенеративных и рекуперативных теплообменников.

При рассмотрении конкретных задач расчета регенеративных теплообменников в инженерной практике наиболее широко применяется одномерное описание процессов нестационарного теплообмена. Значительное математическое упрощение при одномерном описании процесса достигается введением коэффициентов теплоотдачи, отражающих особенности реальных трехмерных течений.

Связь между средней по сечению температурой газа  $t$ , удельным тепловым потоком сквозь единицу поверхности  $q_w$  и температурой поверхности устанавливается соотношением

$$q_w = \alpha(t_w - t). \quad (3.1)$$

В одномерном приближении основные уравнения принимают вид: уравнение движения

$$\frac{G}{w} \cdot \frac{\partial w}{\partial \tau} + G \frac{\partial w}{\partial x} = f \rho F_x - f \frac{\partial p}{\partial x} - \zeta \frac{\rho w^2}{2d_s} f; \quad (3.2)$$

уравнение неразрывности

$$f \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0; \quad (3.3)$$

уравнение энергии газа

$$f \rho \frac{\partial h}{\partial \tau} = u q_w + f \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + f \frac{\partial p}{\partial \tau} + f t \sigma, \quad (3.4)$$

где  $F_x$  — проекция плотности массовых сил на ось  $x$ ;  $\zeta$  — локальный коэффициент гидравлического сопротивления;  $\rho$  — плотность при  $t$  и  $p$  в сечении  $x$ ;  $\sigma$  — производство энтропии в единице объема за счет вязкого трения;  $u$  — периметр поперечного сечения.

Так как в (3.4) последние три члена справа существенно меньше первого, уравнение энергии с учетом (3.1) упрощается:

$$\frac{G}{w} \cdot \frac{\partial h}{\partial \tau} + G \frac{\partial h}{\partial x} = \alpha u (t_w - t). \quad (3.5)$$

Для процесса, в котором  $dp/dx$  мало, уравнение (3.5) принимает вид

$$\frac{G c_p}{w} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} + G c_p \frac{\partial t}{\partial x} = \alpha u (t_w - t). \quad (3.6)$$

Уравнения энергии, описывающие одномерную задачу нестационарного теплообмена в потоке газа, проходящего сквозь слой насадки пористостью  $\epsilon$ , при наличии внутренних источников (стоков) и потерь на границе слоя записываются в виде

$$\begin{aligned} \epsilon \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} &= - \rho \omega c_p \frac{\partial t}{\partial x} - \alpha a_0 (t - t_w) - \Sigma q_v; \\ (1 - \epsilon) \rho_w c_w \frac{\partial t_w}{\partial \tau} &= \alpha a_0 (t - t_w) + (1 - \epsilon) \lambda_w^* \frac{\partial^2 t_w}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $a_0$  — площадь поверхности контакта в единице объема;  $\lambda_w^*$  — эффективная теплопроводность слоя.

Решение систем вида (3.7) в частном случае теплообмена без источников и в линейном приближении, как правило, рассматривается в связи с исследованием процесса в теплообменниках-регенераторах.

Разрешая уравнения (3.7) относительно производных, полагая  $\Sigma q_v = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= -w \frac{\partial t}{\partial x} - \frac{\alpha a_0}{\epsilon \rho c_p} (t - t_w); \\ \frac{\partial t_w}{\partial \tau} &= \frac{\alpha a_0}{(1 - \epsilon) \rho_w c_w} (t - t_w) + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \cdot \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w} \cdot \frac{\partial^2 t_w}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Если продольный перенос тепла в насадке регенератора пренебрежимо мал (например, для алюминия  $\frac{\lambda_w}{\rho_w c_w} \approx 8,8 \cdot 10^{-6}$ ),

а скорость газа велика, членами, содержащими  $\lambda_w$  и  $1/w$ , пренебрегают; тогда

$$\begin{aligned}\frac{\partial t}{\partial x} &= -\frac{\alpha a_0}{w \rho c_p} (t - t_w); \\ \frac{\partial t_w}{\partial x} &= \frac{\alpha a_0}{(1-\epsilon) \rho_w c_w} (t - t_w).\end{aligned}\quad (3.9)$$

Введем безразмерные переменные  $X = x/H$ ,  $\theta = t/\tau_0$ , где  $\tau_0$  — время полцикла,  $H$  — высота регенератора. Обозначим

$$\Lambda = \frac{\alpha a_0 H}{w \rho c_p} = \frac{\alpha F}{G c_p}; \quad (3.10)$$

$$\Pi = \frac{\alpha a_0 \tau_0}{(1-\epsilon) \rho_w c_w} = \frac{\alpha F}{G_w c_w} \tau_0. \quad (3.11)$$

Запишем

$$\frac{\partial t}{\partial X} = -\Lambda (t - t_w); \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial t_w}{\partial \theta} = \Pi (t - t_w).$$

Исключение  $t_w$  из уравнений (3.12) дает

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \theta \partial X} + \Lambda \frac{\partial t}{\partial \theta} + \Pi \frac{\partial t}{\partial X} = 0. \quad (3.13)$$

Если  $\Lambda = f(\theta, X)$ ,  $\Pi = f(\theta, X)$ , уравнение (3.13) представляет собой линейное уравнение гиперболического типа, решение которого можно получить методом Римана—Вольтерры. Аналитическое решение этого уравнения при  $\Lambda = \text{const}$ ,  $\Pi = \text{const}$  получено впервые Нуссельтом.

Другой подход к решению уравнений (3.9) заключается в следующем. Введя приведенные температуры газа  $\theta = t/t_{w0}$  и стенки  $\theta_w = t_w/t_{w0}$  и обозначив  $k_1 = \frac{\alpha a_0}{w \rho c_p}$ ;  $k_2 = \frac{\alpha a_0}{(1-\epsilon) \rho_w c_w}$ , запишем

$$\begin{aligned}w \frac{\partial \theta}{\partial x} &= k_1 (\theta_w - \theta); \\ \frac{\partial \theta_w}{\partial \tau} &= k_2 (\theta - \theta_w).\end{aligned}\quad (3.14)$$

Здесь  $t_{w0}$  — начальная температура насадки регенератора.

Введем безразмерные переменные  $X = k_1 x/w$ ,  $T = k_2 \tau$ . Путем подстановки в уравнения (3.14), поскольку  $\partial x = \frac{w}{k_1} \partial X$ ,  $\partial \tau = \frac{1}{k_2} \partial T$ , получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta}{\partial X} &= \theta_w - \theta; \\ \frac{\partial \theta_w}{\partial T} &= \theta - \theta_w.\end{aligned}\quad (3.15)$$

Если температура газа на входе в регенератор постоянна и принята за нуль температурной шкалы, граничное условие записывается в виде: при  $X=0$   $\theta=0$ , начальное — при  $T=0$   $\theta_w=1$ .

Аналитическое решение системы (3.15) возможно несколькими способами. Наиболее удобное для применения решение, полученное Кольмайером с помощью двойного преобразования Лапласа, имеет вид

$$\theta = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - e^{-X-\tau} \sum_{i=0}^n \frac{T^i}{i!} \sum_{l=0}^i \frac{X^l}{l!} \right). \quad (3.16)$$

Суммирование ряда в выражении (3.16) для  $i$  от нуля до бесконечности достаточно эффективно осуществляется с помощью усовершенствованного метода эйлеровской трансформации.

Использование метода конечных разностей вместо двух уравнений в частных производных (3.15) приводит к  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений и  $n$  алгебраических уравнений:

$$\frac{d\theta_{wi}}{dT} = \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2} - \theta_{wi}; \quad (3.17)$$

$$\frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta X} = \theta_{wi} - \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.18)$$

с условиями: при  $T=0$   $\theta_{wi}=1$ ; при  $i=0$   $\theta_i=0$ . Здесь  $\Delta X = X/n$ ,  $n$  — число разбиений.

Систему (3.17) можно проинтегрировать численно, определяя  $\theta_i$  из (3.18) на каждом шаге интегрирования.

Применение преобразований Лапласа по времени и температуре к выражениям (3.17), (3.18) и обратного преобразования Лапласа приводит к формуле для температуры газа

$$\theta_n = e^{-\frac{T}{\tau_1}} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)^n \sum_{r=1}^n \left( \frac{n}{r} \right) \left( \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_2} \right)^r \sum_{m=0}^{r-1} \frac{T^m}{\tau_1^m m!}, \quad (3.19)$$

$$\text{где } \tau_1 = 1 + \frac{X}{2n}, \quad \tau_2 = 1 - \frac{X}{2n}.$$

Наконец, преобразование Лапласа относительно  $X$  уравнений (3.15) дает

$$\frac{d\theta_w(\rho, T)}{dT} = \theta(\rho, T) - \theta_w(\rho, T); \quad (3.20)$$

$$\rho\theta(\rho, T) = \theta_w(\rho, T) - \theta(\rho, T);$$

при  $T=0$   $\theta_w(\rho, T) = 1/\rho$ .

Исключение  $\theta_w$  и алгебраические преобразования приводят к интегральному уравнению

$$\int_0^{\infty} z^{\rho-x} \theta[-\ln(z), T] dz = \frac{1}{\rho(\rho+1)} e^{-\frac{\rho}{\rho+1}T}, \quad (3.21)$$

где  $\theta[-\ln(z), T]$  — неизвестная функция;  $\rho$  — переменная Лапласа по  $X$ ;  $z = e^{-X}$ .

Это интегральное уравнение, численное решение которого согласно [86] приводит к выражению

$$\theta[-\ln(z_i), T] = \sum_{\sigma=1}^n A_{i\sigma} \frac{1}{\rho(\rho+1)} e^{-\frac{\rho}{\rho+1}T}, \quad (3.22)$$

где  $A_{i\sigma}$  — элемент матрицы коэффициентов.

Сопоставление этих методов по точности вычислений и затратам машинного времени, выполненное в [86], показало, что для практических задач метод конечных разностей предпочтительнее.

Поскольку пренебрежение членом  $\partial t/\partial \tau$  в практически важных случаях неоправданно, рассмотрим численное решение системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= -w \frac{\partial t}{\partial x} - k_1(t - t_w); \\ \frac{\partial t_w}{\partial \tau} &= k_2(t - t_w), \end{aligned} \quad (3.23)$$

где

$$k_1 = \frac{\alpha a_0}{\epsilon \rho c_p}; \quad k_2 = \frac{\alpha a_0}{(1-\epsilon)\rho_w c_w}.$$

Граничное условие задачи:  $t(0, \tau) = f(\tau)$ ; начальные условия:  $t(x, 0) = \varphi_1(x)$ ;  $t_w(x, 0) = \varphi_2(x)$ .

Система (3.23) нелинейная. Нелинейность заключается в зависимости теплофизических характеристик газа и насадки, входящих в  $k_1$ ,  $k_2$  и  $w$ , от температуры. Эта трудность обычно устраняется переносом вычисления этих коэффициентов на предыдущий слой по времени.

На плоскости  $x, \tau$  вводится сетка с шагом по пространству  $\Delta h$  и по времени  $\Delta \tau$ ;  $x = i\Delta h$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $\tau = n\Delta \tau$ ,  $n = 1, 2, \dots$

Заменой производных в первом уравнении системы (3.23) разностными приближениями по схеме Кранка—Николсона получено

$$\begin{aligned} &\frac{t_i^{n+1} - t_i^n}{\Delta \tau} + w_i \frac{t_{i+1}^{n+1} + t_{i+1}^n - t_{i-1}^{n+1} - t_{i-1}^n}{4\Delta h} + \\ &+ \frac{k_{1i}}{2} (t_i^{n+1} - t_w^{n+1} + t_i^n - t_w^n) = 0, \quad i = 2, 3, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Схема (3.24) второго порядка аппроксимации по  $\Delta \tau$  и  $\Delta h$  является абсолютно устойчивой, поэтому она наиболее интересна для приложений. Обозначим

$$\gamma_i = \frac{w_i \Delta \tau}{4\Delta h}; \quad \delta_i = k_{1i} \frac{\Delta \tau}{2}.$$

Граничное условие запишем в виде  $t_i^{n+1} - f(\tau) = 0$ ,  $i = 1$ . Для слоя с  $i = N$  применим схему

$$\frac{t_i^{n+1} - t_i^n}{\Delta \tau} + w_i \frac{t_i^{n+1} - t_{i-1}^{n+1}}{\Delta h} + k_{1i} (t_i^{n+1} - t_w^{n+1}) = 0. \quad (3.25)$$

Проведя преобразования, получим следующую трехдиагональную систему линейных алгебраических уравнений, решение которой определяет температуру газа  $t$  на временном слое  $n+1$ :

$$\begin{aligned} t_i^{n+1} + \Delta_1 &= 0, \quad i = 1; \\ \gamma_i t_{i+1}^{n+1} + (1 + \delta_i) t_i^{n+1} - \gamma_i t_{i-1}^{n+1} + \Delta_i &= 0, \quad i = 2, 3, \dots, N-1; \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$(1 + 4\gamma_i + 2\delta_i) t_i^{n+1} - 4\gamma_i t_{i-1}^{n+1} + \Delta_i = 0, \quad i = N.$$

Здесь  $\Delta_1 = -f_1(\tau)$ ;  $\dots$ ;  $\Delta_i = \gamma_i (t_{i+1}^n - t_{i-1}^n) - t_i^n + \delta_i \times (t_i^n - t_w^n - t_w^{n+1})$ ;  $\dots$ ;  $\Delta_N = -t_N^n - 2\delta_N t_w^{n+1}$ .

Для интегрирования второго уравнения системы (3.23) воспользуемся так называемым РЕС-методом [68], представляющим собой вариант метода прогноза—коррекции:

$$P: \quad t_w^{n+1} = t_w^n + \frac{\Delta \tau}{2} (3f_i^n - f_i^{n-1}), \quad (3.27)$$

где

$$\begin{aligned} f_i^{n-1} &= k_{2i} (t_i^{n-1} - t_w^{n-1}); \quad f_i^n = k_{2i} (t_i^n - t_w^n); \\ E: \quad t_i^{n+1} &= k_{2i} (t_i^{n+1} - t_w^{n+1}); \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$C: \quad \hat{t}_w^{n+1} = t_w^n + \frac{\Delta \tau}{2}. \quad (3.29)$$

Выпишем решение системы (3.26) методом прогонки. Для  $i=1, 2, \dots, N$  вычисляются  $t_i$  по формулам:

$$g_i = -a_i/g_0; \quad t_i = -(c_i t_{i-1} + \Delta_i)/g_0,$$

где

$$\begin{aligned} g_0 = t_0 = 0; \quad a_i = 1, \quad b_i = 0 \quad \text{при } i=1; \\ g_0 = b_i + c_i g_{i-1}; \quad a_i = \gamma_i, \quad b_i = 1 + \delta_i, \quad c_i = -\gamma_i \\ \text{при } i=2, \dots, N-1; \\ a_i = 0, \quad b_i = (1 + 4\gamma_i + 2\delta_i), \quad c_i = -4\gamma_i \quad \text{при } i=N. \end{aligned}$$

Затем для  $i=N, N-1, \dots, 2$  вычисляются  $t_{i-1} = t_i g_{i-1} + t_{i-1}$ , являющиеся решением системы.

Окончательно алгоритм интегрирования системы (3.23) выглядит следующим образом:

1. Вычисление температур насадки регенератора  $t_{in}$  на временном слое  $n+1$  по экстраполяционной формуле (3.27).

2. Решение системы (3.26) методом прогонки для определения температур газа  $t$  в момент времени  $n+1$ .

3. Уточнение решения второго уравнения системы (3.23) по формулам (3.28), (3.29) с одновременным сглаживанием значений всех температур по формулам

$$\tilde{t}_i^n = (t_i^{n-1} + 2t_i^n + t_i^{n+1})/4; \quad (3.30)$$

$$\tilde{t}_{in}^n = (t_{in}^{n-1} + 2t_{in}^n + t_{in}^{n+1})/4. \quad (3.31)$$

Использование неявной схемы позволяет снять жесткое ограничение на шаг по времени  $\Delta t$ , неизбежное при явном методе решения.

### 3.2. Теплообменные и гидравлические характеристики регенераторов

Расчет регенераторов по любой методике включает в себя вычисление коэффициентов теплоотдачи и гидравлических сопротивлений, которые в значительной степени зависят от типа применяемой насадки. При разработке воздухооделительных установок в зависимости от доли чистых и сухих продуктов  $\varphi_c$  применяют следующие конструктивные решения узла охлаждения: при  $\varphi_c=0$  (получение технологического кислорода) — регенераторы с дисковой насадкой из алюминиевой гофрированной ленты; при  $\varphi_c=0,32 \div 0,4$  — регенераторы с насыпной каменной насадкой и встроенными змеевиками для вывода чистых продуктов; при  $\varphi_c=0,07 \div 0,2$  — комбинированную систему из аппаратов с дисковой насадкой и змеевиковых регенераторов.

Для дисковой насадки наиболее характерны следующие размеры: высота гофра  $h=1 \div 2$  мм, толщина ленты  $\delta=0,45$  мм, шаг гофра  $t=3 \div 5$  мм, угол рифления  $\beta=45 \div 60^\circ$ , высота диска  $b=35 \div 50$  мм. Угол  $\varphi$  определяется по формуле  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2(h-\delta)}{t}$ . Удельная площадь поверхности такой насадки (компактность)

$$a_0 = 0,83 \frac{4(h-\delta)}{th \sin \varphi}. \quad (3.32)$$

Удельный свободный объем, или пористость,

$$\varepsilon = 1 - \frac{a_0}{2} \delta. \quad (3.33)$$

Эквивалентный диаметр

$$d_s = 4\varepsilon/a_0. \quad (3.34)$$

Размер гранул насыпной каменной насадки составляет 4–10 мм. При размере гранул 6 мм удельная площадь поверхности  $a_0 \approx 900 \text{ м}^2/\text{м}^3$ , пористость  $\varepsilon=0,42 \text{ м}^3/\text{м}^3$ , средняя плотность  $1740 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

Регенераторы газовых криогенных машин (ГКМ) размещаются обычно во вредном пространстве поршневой машины. Насадка выполняется из тонкой проволоки диаметром  $d_w=0,02 \div 0,04$  мм и может иметь структуру войлокообразной массы или же собираться из отдельных дисков, штампованных из мелкой сетки.

При плотной укладке теоретическое число сеток в регенераторе высотой  $H$

$$n = \frac{H}{2,2d_n}. \quad (3.35)$$

Удельная площадь поверхности насадки с плотной упаковкой сеток

$$a_0 = \frac{F}{V} = \frac{1,82g_1}{d_n^2 \rho_n}. \quad (3.36)$$

Пористость сетчатой насадки

$$\varepsilon = 1 - \frac{g_1}{2,2d_n \rho_n}. \quad (3.37)$$

Эквивалентный диаметр сетчатой насадки также находится по формуле (3.34). Здесь  $g_1$  — масса  $1 \text{ м}^2$  сетки.

Для насадок регенераторов воздухооделительных установок часто определяют объемный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_0 = \alpha a_0. \quad (3.38)$$

В этом случае

$$\alpha_0 = \frac{Nu_0 \lambda}{d_s^2}, \quad (3.39)$$

где  $Nu_0$  — число Нуссельта, приведенное к единице объема насадки.

Для насадок из гофрированной ленты с прорезами рекомендуется формула

$$\begin{aligned} Nu_0 = 2,36 \operatorname{Re}^{0,76} \left(\frac{b}{d_s}\right)^{-m} \left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^{-0,392} \times \\ \times \left(1 + \frac{d_s \cos \beta}{t}\right) \left(\frac{1}{n \cos \beta}\right)^{-0,187} \frac{t}{t_0}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

где  $b$  — высота диска;  $\delta_0=0,4$  мм;  $t_0=3,14$  мм;  $m=0,759+7,05/b$ ;  $n$  — число прорезов по высоте диска;  $\beta$  — угол наклона гофра к плоскости диска; оптимальный угол рифления составляет  $\beta=60^\circ$ .

Скорость потока вычисляется как средняя в свободном сечении насадки,

$$w_0 = \frac{w}{\varepsilon}, \quad (3.41)$$

где  $w$  — скорость в полном сечении регенератора.

Для насыпных насадок

$$Nu_n = 0,3 Re^{0,8} \epsilon^{0,75} \quad (3.42)$$

Коэффициенты теплоотдачи для насадок из мелких сеток, применяемых в регенераторах ГКМ, в интервале  $10 < Re < 500$  определяются по формулам:

$$Nu = 1,21 Re^{0,47} \left( \frac{H}{d_s} \right)^{-\frac{0,8}{Re^{0,25}}} \quad \text{при } \frac{H}{d_s} \leq 200; \quad (3.43)$$

$$Nu = 0,05 Re^{0,85} \quad \text{при } \frac{H}{d_s} > 200. \quad (3.44)$$

Зависимости получены для плотно упакованных насадок, когда сетки в пакете соприкасаются друг с другом. Специальные зазоры между сетками увеличивают интенсивность теплоотдачи на 30–60%. Исследование теплообмена при пульсирующем потоке показало, что колебание расхода не оказывает существенного влияния на интенсивность теплообмена; расчетные формулы (3.43) и (3.44) остаются справедливыми и в этом случае [74].

Для насадок из стальных шариков диаметром 0,16 мм [63]

$$St Pr^{2/3} = 0,71 Re^{-0,41} \quad (3.45)$$

Различные зависимости для определения коэффициентов теплоотдачи насадок регенераторов газовых криогенных машин приведены в [17].

Гидравлические сопротивления насадок вычисляются по формуле

$$\Delta p = f \frac{\rho w^2}{8} \cdot \frac{H a_s}{\epsilon^3} \quad (3.46)$$

Коэффициент сопротивления ленточной насадки с углом рифления  $\beta = 60^\circ$  в интервале  $Re = 300 \div 1200$

$$f = \left( 0,37 + \frac{135}{Re} \right) \epsilon \left( \frac{\delta}{\delta_0} \right)^{0,51} \quad (3.47)$$

При расчете ленточных насадок с  $\beta = 45^\circ$  и насадок из кускового базальта коэффициенты сопротивления определяют по графикам, приведенным в [59].

Гидравлическое сопротивление насадок из мелкой сетки определяют по формуле

$$\Delta p = \lambda \frac{\rho w^2}{2} \cdot \frac{H}{d_s} \quad (3.48)$$

В случае стационарного течения потока для  $\epsilon = 0,66 \div 0,875$

$$\lambda = \frac{59}{Re^{0,74}} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_n} \right)^{1,35} \quad \text{при } 10 < Re < 40; \quad (3.49)$$

$$\lambda = \frac{19}{Re^{0,44}} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_n} \right)^{1,35} \quad \text{при } 40 < Re < 300, \quad (3.50)$$

где  $\epsilon_n$  — пористость плотно упакованной насадки.

При вычислении величин  $w$ ,  $d_s$ ,  $H$  насадка принимается плотно упакованной.

### 3.3. Регенераторы воздуходелительных установок

В воздуходелительных установках низкого давления регенераторы являются основными аппаратами для осуществления теплообмена между теплым (прямым) и холодным (обрат-

ным) потоками. Нестационарный теплообмен осложнен очисткой прямого потока от примесей и их выносом обратным потоком.

После значительного числа переключений потоков в регенераторе устанавливается периодический режим, при котором характер изменения температур насадки и газов во время двойного дутья одинаков в любом цикле. На теплом конце регенератора температура прямого потока постоянна, а обратного — изменяется; вследствие этого температура насадки изменяется по кривой, называемой температурной петлей. На холодном конце регенератора постоянна температура обратного потока, а температура прямого изменяется. В начале теплого дутья на поверхности насадки конденсируется небольшая часть воздуха, которая затем испаряется за счет тепла, вносимого прямым потоком. Начинается нагрев насадки на холодном конце регенератора, и температура прямого потока повышается.

В среднем сечении регенератора температурная петля минимальна. При равенстве водяных эквивалентов потоков, достаточных длине регенератора и массе насадки имеется участок, где температурная петля отсутствует. Разность средних температур насадки за первую и вторую половины цикла называют высотой температурной петли  $h_m = T_{ср.г} - T_{ср.х}$ . Чем меньше температурная петля, тем ближе теплообмен в регенераторе к условиям в рекуперативном теплообменнике и тем меньше требуемая высота регенератора. Снижения высоты температурной петли можно достичь сокращением цикла и уменьшением разности температур на концах регенератора. При прохождении теплого потока наибольшая разность температур газа и металла будет в верхней, а наименьшая — в нижней части регенератора. При движении холодного потока наибольшая разность температур в нижней, а наименьшая в верхней части регенератора.

Длительная работа регенератора требует выноса всей влаги и диоксида углерода, оставшихся в насадке после теплого дутья. В воздуходелительных установках неизбежна потеря регенераторов достигается уменьшением разности средних температур прямого и обратного потоков в зоне вымораживания  $CO_2$ . Это приводит к уменьшению температурной петли и разности температур газовых потоков и насадки, что интенсифицирует процессы кристаллизации и возгонки в регенераторах.

Разность средних температур газовых потоков на холодном конце регенераторов и в зоне вымораживания диоксида углерода может быть уменьшена отбором из средней зоны регенератора части неочищенного воздуха либо увеличением отношения количества обратного потока к количеству прямого. В настоящее время при разработке новых воздуходелительных установок неизбежна потеря регенераторов обеспечивается отбором доли воздуха из средней части и очисткой ее от диоксида углерода и углеводородов в адсорберах. Такая система позво-

лила не только снизить энергетические и капитальные затраты по сравнению с некоторыми ранее использовавшимися способами («тройное дутье», змеевиковые регенераторы при  $\varphi_c = 0,2$ ), но и получить экономический эффект за счет унификации оборудования.

Эффективность теплообмена в регенераторах может быть оценена термическим к. п. д. регенератора

$$\eta = Q/Q_{нд}, \quad (3.51)$$

где  $Q$  — количество теплоты, переданной в регенераторе одним газовым потоком другому,  $Q = G_{об} c_{p, об} (T_4 - T_3)$ ;  $Q_{нд}$  — количество теплоты, которое необходимо, чтобы повысить температуру обратного потока до температуры прямого потока на входе в регенератор,  $Q_{нд} = G_{об} c_{p, об} (T_1 - T_3)$ .

Подставляя выражения для  $Q$  и  $Q_{нд}$  в уравнение (3.51), получим

$$\eta = \frac{T_4 - T_3}{T_1 - T_3}, \quad (3.52)$$

где  $T_1$  и  $T_3$  — температуры прямого и обратного потоков, на входе в регенератор;  $T_4$  — средняя температура обратного потока на выходе из регенератора.

Средняя температура воздуха на выходе из регенераторов воздуходелительных установок  $T_2$  обычно равна температуре насыщенного пара; температура обратного потока на входе в регенератор  $T_3$  принимается из условий незабываемости и изменяется в сравнительно узких пределах. Для этих конкретных условий эффективность теплообмена в регенераторах может быть оценена недорегуляцией в безразмерном виде

$$\Delta T_{нед} = \frac{T_1 - T_4}{T_1 - T_3}. \quad (3.53)$$

На основе опытных данных, полученных при исследовании модели регенератора, предложено уравнение, справедливое для аппаратов, работающих без отбора части прямого потока из середины [59]:

$$\Delta T_{нед} = \frac{2}{\Lambda + 2} + 0,07 \frac{\Pi}{\Lambda} - 0,0217 \frac{\Pi}{\Lambda} (1 - \epsilon), \quad (3.54)$$

где  $\Lambda$  — приведенная длина;  $\Pi$  — приведенное время, определяемые по выражениям (3.10), (3.11).

Уравнение (3.54) применимо для  $\Lambda = 75 \div 400$  и  $\Pi = 14,5 \div 58$ .

Для регенераторов с отбором части прямого потока из середины аппарата недорегуляция может быть определена по уравнению [59]

$$\Delta T_{нед} = \frac{2}{\Lambda + 2} + 0,07 \frac{\Pi}{\Lambda} + 11,7 \frac{\Pi}{\Lambda} \rho, \quad (3.55)$$

где  $\rho$  — отношение расхода потока, выводимого из средней части регенератора, к расходу прямого потока.

Уравнение (3.55) справедливо при равенстве водяных эквивалентов газовых потоков в теплой половине регенератора и значениях  $\Lambda = 75 \div 400$ ,  $\Pi = 14,5 \div 58$  и  $\rho = 8 \div 15\%$ .

В результате расчета регенератора определяют его диаметр, высоту, характеристики и массу насадки, продолжительность цикла, при которых обеспечиваются передача заданного количества теплоты и незабываемость при заданных разностях температур на холодном и теплом концах аппарата и гидравлических потерях. Расчет регенератора, как правило, носит поверочный характер: задаются геометрическими размерами насадки и аппарата и затем проверяют соответствие между передаваемым и заданным тепловым потоком.

Если рассчитываемые регенераторы должны работать в таких же условиях, что и регенераторы какой-либо промышленной установки, расчет сводится к определению диаметра регенератора и массы насадки. Характеристики насадки, высоту слоя, скорость и давление газовых потоков, разности температур на теплом и холодном концах регенератора, продолжительность цикла и гидравлические потери принимают такими же, как в регенераторах модельной установки.

Приближенный тепловой расчет регенератора выполняют, когда нельзя или нецелесообразно использовать конструктивные и технологические характеристики регенераторов модельной промышленной установки. Исходными для расчета являются данные, полученные в технологическом расчете воздуходелительной установки. Тип насадки, ее характеристики, действительную скорость обратного потока и высоту слоя насадки принимают по конструктивным соображениям. В приближенном тепловом расчете регенераторов поверочный расчет на незабываемость не производят, так как определить с достаточной точностью высоту температурной петли не представляется возможным. В случаях, когда проверка на незабываемость необходима, проводят полный расчет регенераторов с помощью ЭВМ.

В результате полного теплового расчета теплообменников-регенераторов на ЭВМ должно быть определено изменение температуры газов и насадки в любом сечении регенератора во время двойного дутья. В настоящее время не существует реализованного на ЭВМ вполне строгого алгоритма решения этой задачи даже для случая, когда температура насадки может быть принята постоянной по всему поперечному сечению. Разработаны и используются в расчетах на ЭВМ методики, применяемые, когда температура элемента в каждый момент времени может быть принята постоянной по всей его массе.

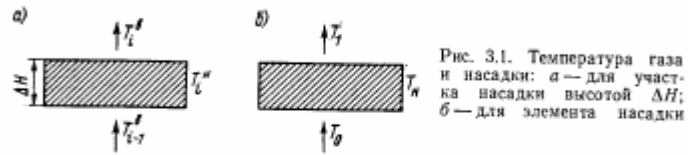
Для расчетов ступенчатым методом [72] длина регенератора  $H$  (высота насадки) разбивается на  $N$  равных частей  $\Delta H$  (рис. 3.1, а). Для каждого отрезка времени из уравнений тепло-

передачи и теплового баланса рассчитывается изменение температуры газа, последовательно проходящего по участкам насадки, и изменение температуры насадки каждого участка за рассматриваемый отрезок времени. Расчет ведется до конца теплового дутья, после чего начинается аналогичный расчет холодного дутья, проводимый от последнего участка к первому.

Количество теплоты, отнесенное к 1 м<sup>2</sup> сечения регенератора и передаваемое воздухом насадке на *i*-м участке длиной  $\Delta H = H/N$  за отрезок времени  $\Delta t = \tau_0/M$ ,

$$q_i^* = \alpha_i^* a_0 \Delta T_i^* \Delta H \Delta t, \quad (3.56)$$

где  $\tau_0$  — время дутья;  $N$  и  $M$  — число участков длины и времени соответственно;  $H$  — длина;  $\Delta T_i^*$  — средняя логарифмиче-



ская разность температур воздуха и насадки на *i*-м участке в рассматриваемый момент времени.

Температура насадки принимается постоянной по длине участка, температура потока постоянна на отрезке времени. Количество теплоты, переданной воздухом газу, протекающему в змеевике, принято пропорциональным изменению температуры воздуха на участке:

$$q_i^{*M} = q^{*M} \frac{T_{i-1}^* - T_i^*}{T_0^* - \bar{T}_N^*}, \quad (3.57)$$

где  $q^{*M}$  — количество теплоты, воспринятой потоком в змеевике, отнесенное к 1 м<sup>2</sup> площади сечения регенератора;  $T_i^*$  — температура воздуха на выходе из *i*-го участка;  $T_{i-1}^*$  — температура воздуха на входе в участок;  $T_0^*$  — температура воздуха, входящего в регенератор;  $\bar{T}_N^*$  — средняя температура воздуха, выходящего из регенератора.

Теплота из окружающей среды

$$q_i^{*c} = \omega^* q^{*c} \frac{i}{N^2} \Delta t, \quad (3.58)$$

где  $\omega^*$  — массовая скорость потока воздуха в полном сечении;  $q^{*c}$  — удельный приток теплоты, Дж/кг.

Температура воздуха, выходящего с *i*-го участка,

$$T_i^* = T_{i-1}^* - \frac{q_i^* + q_i^{*M} - q_i^{*c}}{\omega^* c_p^* \Delta t}, \quad (3.59)$$

Удельная теплоемкость влажного воздуха

$$c_{pi}^* = c_p + 0,58 \frac{dG}{dT}, \quad (3.60)$$

где  $G$  — содержание водяных паров.

Температура насадки на *i*-м участке к концу отрезка времени  $\Delta t$

$$T_{i, \tau+\Delta t}^* = T_{i\tau}^* + \frac{q_i^*}{\Delta H \rho_n c_i^*}, \quad (3.61)$$

где  $c_i^*$  — удельная теплоемкость насадки на *i*-м участке;  $\rho_n = (1 - \epsilon)\rho$ ;  $\rho$  — плотность материала насадки.

Перед началом расчета температурного поля насадки  $T_0^*(x)$ , в качестве которого обычно принимается линейное изменение температуры насадки от температуры входящего воздуха  $T_0^*$  до температуры входящего обратного потока  $T_{N+1}^*$ .

$$T_0^* = T_0^* - (T_0^* - T_{N+1}^*) \frac{i}{N}. \quad (3.62)$$

На каждом участке регенератора для каждого отрезка времени рассчитываются: температура воздуха, выходящего с участка ( $T_i^*$ ); температура насадки после прохождения воздуха ( $T_i^*$ ); количество влаги, осаждающейся на *i*-м участке за отрезок времени  $\Delta t$  ( $\Delta G$ ); количество теплоты, переданной газу в змеевике ( $q^{*M}$ ). Для каждого участка за все время теплового дутья вычисляются: средняя по времени температура выходящего воздуха, количество теплоты, переданной потоком, протекающим по змеевикам, и полное количество осаждающейся влаги. После окончания теплового дутья аналогично рассчитывается дутье холодным потоком.

Начальными температурами насадки для холодного дутья являются температуры в конце теплового дутья. При холодном дутье расчет ведется по ходу потока, от холодного конца регенератора к теплому. В процессе расчета вычисляется суммарное количество испаряющейся влаги. После испарения всей влаги, выпавшей в процессе теплового дутья, влияние влаги на теплоемкость потока не учитывается. Таким образом, методика наряду с расчетом процессов теплообмена включает в себя расчет незамерзаемости по водяному пару.

Модификация описанной методики расчета предложена в работе [7], где вместо среднелогарифмической разности температур [см. формулу (3.56)] использована среднеарифметическая. Это позволило учесть изменение температуры насадки *i*-го участка на длине  $\Delta H$ , получить более простые выражения для определения температуры газа, выходящего из рассматриваемого участка, а также сократить время вычисления в 3—4 раза.

Иной метод расчета разработан на основе решения дифференциальных уравнений для одного элемента насадки (рис. 3.1, б) [79]. При прохождении газа с температурой  $T$  через элемент насадки с площадью поверхности  $F$  и температурой  $T_n$  для данного момента времени справедливо

$$-\alpha(T - T_n)dF = Gc_p dT. \quad (3.63)$$

Интегрируя уравнение (3.63) при граничных условиях  $F=0$ ,  $T=T_0$  и проведя преобразования, получим

$$T - T_n = (T_0 - T_n)e^{-\frac{\alpha F}{Gc_p}}. \quad (3.64)$$

Температура газа, выходящего из элемента насадки в данный момент времени,

$$T_1 = T_n + (T_0 - T_n)e^{-\frac{\alpha F}{Gc_p}}. \quad (3.65)$$

Количество теплоты, переданное потоком элементу насадки за время  $d\tau$ , определяется уравнением

$$Gc_p(T_0 - T_1)d\tau = G_n c_n dT_n, \quad (3.66)$$

где  $G_n$ ,  $c_n$  — масса и удельная теплоемкость насадки соответственно.

Интегрируя уравнение (3.66) при начальных условиях  $\tau=0$ ,  $T_n=T_{n0}$ , получим температуру элемента насадки к концу дутья продолжительностью  $\tau$

$$T_{n1} = T_0 - (T_0 - T_{n0})e^{-ab\tau} \quad (3.67)$$

или

$$T_{n1} = T_0(1 - e^{-ab\tau}) + T_{n0}e^{-ab\tau}, \quad (3.68)$$

где

$$a = 1 - e^{-\frac{\alpha F}{Gc_p}}, \quad b = \frac{Gc_p}{G_n c_n}.$$

Из (3.65) и (3.68) получим уравнение для определения температуры газа, покидающего элемент насадки к моменту времени  $\tau$ ,

$$T_1 = T_0(1 - ae^{-ab\tau}) + T_{n0}ae^{-ab\tau}. \quad (3.69)$$

Для вычислений по (3.68) и (3.69) разбивают время дутья  $t_0$  на  $M$  промежутков  $\Delta\tau$ , а высоту регенератора делят на  $N$  участков. Если в качестве насадки используются алюминиевые диски, число участков может быть принято равным числу дисков; при насыпной насадке высота участка принимается равной размеру элемента.

В начальный момент времени через первый элемент насадки с температурой  $T_{n10}$  проходит газ с температурой  $T_0$ . Через

промежуток времени  $\Delta\tau$  температура потока газа станет равной  $T_{11}$ , а насадки —  $T_{n11}$ . К моменту времени  $2\Delta\tau$  температуры газа и насадки станут соответственно  $T_{12}$  и  $T_{n12}$  и т. д. до момента времени  $t_0$ .

Для расчетов температурного режима последующих элементов насадки температуру поступающего на элемент газа в течение  $\Delta\tau$  принимают постоянной. Обычно ее принимают равной температуре газа, покидающего элемент в момент времени  $\Delta\tau/2$ .

Расчет изменения температур в регенераторе сводится, таким образом, к последовательному расчету температуры насадки и средней температуры газа, покидающего элементы насадки, для каждого промежутка времени  $\Delta\tau$ . Конечная температура насадки для данного отрезка времени принимается за начальную для последующего отрезка.

После окончания расчета по прямому потоку проводится расчет по обратному. При этом в качестве начальной температуры насадки принимается конечная после прохождения прямого потока. Вычисления проводятся для нескольких циклов, пока температуры насадки, получаемые в двух смежных циклах, не станут различаться на величину, определяемую точностью расчета.

Методика позволяет получить распределение температур по циклам при прогревании или захлаживании аппарата с любым типом насадки. Начальное распределение температур по высоте насадки обычно принимают линейным, и температуру участка  $T_{n10}$  определяют по формуле (3.62).

При расчете по данной методике теплопритоки условно распределяются по высоте аппарата соответственно температуре рассматриваемого сечения. Их относят к одному градусу изменения температуры потока, удельная теплоемкость которого в расчете определяется следующим образом: для прямого потока

$$c_{pq} = c_p + q^{\circ} c; \quad (3.70)$$

для обратного потока

$$c_{pq} = c_p - q^{\circ} c. \quad (3.71)$$

Описанные методики используются в практических расчетах при разработке регенераторов воздухоподогревателей установок. В принципе они основываются на математической модели регенератора (3.9), однако получаемые распределения температур не являются интегралами исходной системы уравнений. Вследствие этого трудно оценить точность получаемых решений.

Достаточно строгий расчет теплового режима регенератора может быть осуществлен численным интегрированием системы (3.23) по алгоритму, приведенному в § 3.1.



### 3.4. Расчет массообмена в регенераторах

После того как определены профили температур газовых потоков и насадки, необходимо провести анализ процессов высаживания на насадку воды, диоксида углерода и углеводородов из воздуха и выноса их обратным потоком. Такой анализ должен установить, обеспечивается ли самоочистка регенераторов от названных примесей.

Условием для перехода примесей из одной фазы в другую при движении газовых потоков через насадку регенератора является разность парциальных давлений примесей в ядре потока  $p$  и у поверхности насадки  $p_n$ . Если  $p > p_n$ , то на поверхности насадки происходит конденсация или кристаллизация примесей. При  $p < p_n$  происходит испарение или возгонка примесей, выходящих на поверхности насадки в виде пленки жидкости или кристаллов. Чем больше разность парциальных давлений, тем интенсивнее изменяется агрегатное состояние указанных веществ.

В условиях совместного тепло- и массообмена конденсация и кристаллизация примесей могут происходить на поверхности насадки либо на поверхности насадки и в объеме газа одновременно. Для очистки воздуха необходимо, чтобы наибольшее количество примесей изменяло агрегатное состояние на поверхности насадки, поскольку капли и кристаллы, образовавшиеся в объеме газа, выносятся из аппарата воздушным потоком. Условия, при которых конденсация и кристаллизация примесей воздуха происходят только на поверхности насадки, определены в [59].

Расчет массообмена при высаживании и выносе воды из насадки производят одновременно с тепловым расчетом регенератора, в котором находят разность содержания паров воды в воздухе на входе и выходе из диска.

Масса сконденсированной или вымороженной воды за время  $\Delta t$  на  $i$ -м участке

$$M_{ij}^T = (x_{ij} - x_{i+1,j}) G_T \Delta t, \quad (3.72)$$

где  $x_i, x_{i+1}$  — влагосодержания на входе и выходе из участка  $i$ ;  $G_T$  — расход газа при теплом дутье.

За время теплового дутья

$$M_i^T = \sum_{j=1}^n M_{ij}^T. \quad (3.73)$$

Масса воды, испарившейся за время  $\Delta t$  на участке  $i$  во время холодного дутья,

$$M_{ij}^X = (x_{i-1,j} - x_{ij}) G_X \Delta t. \quad (3.74)$$

За время холодного дутья

$$M_i^X = \sum_{j=1}^n M_{ij}^X. \quad (3.75)$$

Масса воды, оставшейся на участке  $i$  после холодного дутья,

$$\Delta M_i = M_i^T - M_i^X. \quad (3.76)$$

Расчет высаживания диоксида углерода при прохождении прямого потока начинают с участка, на котором в начале теплового дутья средняя за время  $\tau_r$  температура насадки ниже температуры вымораживания  $CO_2$ .

Масса диоксида углерода, осаждаемого на участке  $i$  или сублимируемого с участка  $i$  за время  $\Delta t$ ,

$$M_{ij}^T = (c_{ij} - c_{i+1,j}) G_T \Delta t, \quad (3.77)$$

где  $c_{ij}, c_{i+1,j}$  — концентрации  $CO_2$  на входе и выходе из участка  $i$ . Величина  $M_{ij}^T$  имеет знак «+», если идет процесс вымораживания, и «-», если идет процесс сублимации.

В случае когда за просчитанное время сублимированы все осевшие примеси, расчет массообмена в дальнейшем не производится.

Масса диоксида углерода, осевшего на  $i$ -м участке за время теплового дутья,

$$M_i^T = \sum_{j=1}^n M_{ij}^T. \quad (3.78)$$

При прохождении газа обратного потока масса диоксида углерода, сублимируемого с участка  $i$  за время  $\Delta t$ ,

$$M_{ij}^X = (c_{i-1,j} - c_{ij}) G_X \Delta t. \quad (3.79)$$

За время холодного дутья  $k\Delta t$

$$M_i^X = \sum_{j=1}^k M_{ij}^X. \quad (3.80)$$

Масса  $CO_2$ , оставшегося на участке  $i$  по прошествии  $k$  отрезков времени  $\Delta t$ ,

$$\Delta M_i = M_i^T - M_i^X. \quad (3.81)$$

Если для  $k$ -го отрезка времени  $\Delta M_i = 0$ , расчет сублимации для последующих отрезков времени не производится, а концентрация примеси на выходе из диска принимается равной концентрации на входе.

Определение массы осаждаемых и сублимируемых углеводородов производится по методике, идентичной вычислению аналогичной величины для диоксида углерода.

Расчет процесса массообмена в регенераторах, заполненных насадкой в виде дисков, должен учитывать неравномерность осаждения и сублимации примесей по высоте отдельных дисков, объясняющуюся высокой теплопроводностью материала насадки и значительной (34—115 мм) высотой дисков. При охлаждении воздуха либо нагревании продуктов его разделения в регенераторах с такой насадкой разность температур газа и диска, а следовательно, и разность парциальных давлений высаживающихся (сублимируемых) примесей на входе газа в каналы диска существенно выше, чем на выходе из него. Вследствие этого на первых по ходу газа участках диска в единицу времени сублимируется больше примесей, чем на последующих.

Учет неравномерности осаждения и сублимации примесей можно выполнить по методике, предложенной в работе [61]. Зависимости, учитывающие неравномерность высаживания примесей на отдельных участках диска, получены при следующих допущениях: изменение концентраций примесей по высоте регенератора вследствие процессов адсорбции и десорбции не учитывается; коэффициенты тепло- и массообмена не изменяются по высоте диска; температура диска вследствие высокой теплопроводности материала насадки постоянна по его высоте.

Разделив диск по его высоте на  $n$  равных участков, определим количество примеси, высадившейся на одном участке (рис. 3.2).

Масса примеси, высадившейся на участке  $k$ ,

$$M_k = M_{S_2} - M_{S_1}, \quad (3.82)$$

где  $M_{S_2}$  — масса примеси, высадившейся на поверхности диска  $S_2$ , которая содержит участки от 1 до  $k$ ;  $M_{S_1}$  — масса примеси, высадившейся на поверхности диска  $S_1$ , которая содержит участки от 1 до  $k-1$ .

Масса примеси, высадившейся на участке диска за время  $\Delta t$ ,

$$M = (c_{вх} - c_{вых}) G, \quad (3.83)$$

где  $c_{вх}$  — концентрация примеси в газе на входе в диск, кг/кг;  $c_{вых}$  — концентрация примеси в газе на выходе из диска, кг/кг;  $G$  — количество воздуха, прошедшего через диск за промежуток времени  $\Delta t$ .

Концентрацию примеси в газе на выходе из участков  $S_1$  и  $S_2$  определяют по уравнению

$$c_{\text{вых}} = c^* (t_{\text{н}}) + [c_{\text{вх}} - c^* (t_{\text{н}})] \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)^D, \quad (3.84)$$

где  $c^* (t_{\text{н}})$  — концентрация примеси в воздухе, соответствующая насыщению при температуре насадки;  $\Delta t_{\text{вх}}$  — разность температур между газом и диском на входе газа в диск;  $\Delta t_{\text{вых}}$  — разность температур на выходе из участка насадки;  $D$  — константа диффузии.

Из уравнений (3.83) и (3.84) следует

$$M = G (c_{\text{вх}} - c^*) \left[ 1 - \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)^D \right]. \quad (3.85)$$

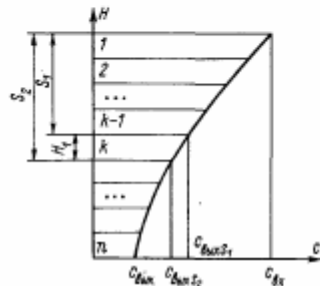


Рис. 3.2. Изменение концентрации примеси по высоте диска

Величину  $\frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}}$  легко получить из уравнения теплообмена элемента насадки

$$\begin{aligned} Gc_p (t_{\text{вх}} - t_{\text{вых}}) &= \\ &= \alpha F (t_{\text{вх}} - t_{\text{н}} - (t_{\text{вых}} - t_{\text{н}})), \end{aligned} \quad (3.86)$$

откуда

$$\frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} = \epsilon \frac{\alpha F}{Gc_p}, \quad (3.87)$$

где  $F$  — площадь поверхности теплообмена диска.

Для одного участка насадки высотой  $H_1 = H/n$

$$\left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_{H_1} = \epsilon \frac{\alpha F}{Gc_p n}, \quad (3.88)$$

либо

$$\left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_{H_1} = \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_H^{\frac{1}{n}}. \quad (3.89)$$

Площади поверхности участков  $S_1$  и  $S_2$  равны  $(k-1)F/n$  и  $kF/n$  соответственно и для них

$$\left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_{S_1} = \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_H^{\frac{k-1}{n}}; \quad (3.90)$$

$$\left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_{S_2} = \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_H^{\frac{k}{n}}. \quad (3.91)$$

Подставив в уравнение (3.82) значения  $M_{S_2}$ ,  $M_{S_1}$ , вычисленные по (3.85) с учетом (3.90) и (3.91), получим массу примеси, высадившейся за время  $\Delta t$  на участке  $k$ ,

$$\begin{aligned} M_k &= G (c_{\text{вх}} - c^*) \left[ (1 - a_1^{Dk}) - (1 - a_1^D)^{k-1} \right] = \\ &= G (c_{\text{вх}} - c^*) a_1^{D(k-1)} (1 - a_1^D). \end{aligned} \quad (3.92)$$

Масса примеси, высадившейся за время  $\Delta t$  на всей поверхности диска,

$$M_F = G (c_{\text{вх}} - c^*) (1 - a_1^D). \quad (3.93)$$

В выражениях (3.92) и (3.93)  $a_1 = \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_{H_1}$ ;  $a = \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)_H$ .

Из выражений (3.92) и (3.93) получим зависимость для распределения примеси между отдельными участками диска

$$\frac{M_k}{M_F} = \frac{a_1^{D(k-1)} (1 - a_1^D)}{1 - a_1^D}, \quad (3.94)$$

откуда

$$M_k = M_F A B^{k-1}, \quad (3.95)$$

где

$$A = \frac{1 - B}{1 - a_1^D}; \quad B = a_1^{D/n}.$$

При сублимации примесей выделяют два случая: количество осевших примесей таково, что сублимация их происходит в течение холодного дутья со всей поверхности диска; в течение холодного дутья примеси сублимируются вначале со всей поверхности диска, а затем только с части этой поверхности.

В первом случае, при допущении равномерного вымораживания и сублимации с поверхности диска, концентрация примеси в газе обратного потока на выходе из диска определяется по выражению, аналогичному (3.84):

$$c_{\text{вых}} = c^* - (c^* - c_{\text{вх}}) \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)^D, \quad (3.96)$$

а изменение концентрации на диске

$$\Delta c = c_{\text{вых}} - c_{\text{вх}} = (c^* - c_{\text{вх}}) \left[ 1 - \left( \frac{\Delta t_{\text{вых}}}{\Delta t_{\text{вх}}} \right)^D \right]. \quad (3.97)$$

Во втором случае площадь поверхности массообмена равна площади поверхности теплообмена только в течение той части холодного дутья, когда вся поверхность покрыта кристаллами примеси. В дальнейшем происходит постепенное освобождение поверхности теплообмена от кристаллов и уменьшение поверхности массообмена.

Изменение массы сублимируемой примеси при уменьшении поверхности массообмена определяется равенством

$$\frac{M_{F_M}}{M_F} = \frac{1 - a_1^{D F_M F}}{1 - a_1^D}, \quad (3.98)$$

где  $F_M$  — площадь поверхности массообмена;  $M_{F_M}$  — масса примеси, сублимируемой с поверхности  $F_M$ .

Расчет массообмена во время теплого дутья для дисков насадки, где вначале происходит осаждение примеси, а затем сублимация ее газом прямого потока, осуществляется следующим образом. В конце осаждения по выражению (3.95) находят распределение примеси между отдельными участками диска. Сублимацию этой примеси рассчитывают последовательно для каждого участка диска по выражениям (3.96) и (3.97).

Строгое решение сформулированной выше задачи расчета массообмена в регенераторе требует решения системы уравнений, описывающей совместный тепломассоперенос в многокомпонентной системе, что представляет значительные трудности. Поэтому в инженерных расчетах ограничиваются приближенными методиками, аналогичными описанной.

### 3.5. Регенераторы газовых криогенных машин

Размещение регенератора газовой криогенной машины внутри ее рабочего объема приводит к существенному влиянию процессов, составляющих рабочий цикл машины, на характеристики регенератора. Изменение массового расхода газа и его давления в течение цикла, а также отсутствие массопереноса определяют основные различия расчетных моделей регенераторов газовых криогенных машин и воздухоразделительных установок. Вследствие этого приведенные в § 3.3 методы расчета неприменимы для регенераторов газовых криогенных машин. Описанная в [74] методика поверочного расчета по средним параметрам дает весьма приближенный результат. Задача полного расчета является весьма сложной также из-за того, что некоторые виды тепловых потерь, считавшихся пренебрежимо малыми в регенераторах большого размера, заметно влияют на характеристики малогабаритных регенераторов.

Потери, связанные с необратимостью процессов в регенераторе, вызывают сравнительно большое падение холодопроизводительности криогенной установки. Так, для криогенной системы, работающей по циклу Гиффорда—Макмагона и обеспечивающей охлаждение до 25 К, потери в регенераторе, составляющие 2% теплового потока, приводят к снижению холодопроизводительности на 27% [1]. Эти потери от необратимости могут быть оценены следующим образом:

$$\frac{Q_{рег}}{Q_{ид}} = \frac{j(T_1/T_2 - 1)}{(\gamma - 1)(p_1/p_2 - 1)}, \quad (3.99)$$

где  $T_1$  — температура теплового конца регенератора;  $T_2$  — температура, при которой поддерживается охлаждаемая нагрузка;  $p_1$  — высокое давление;  $p_2$  — низкое давление;  $\gamma = c_p/c_v$ ;  $j$  — коэффициент потерь в регенераторе,

$$j = \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2},$$

где  $T_3$  — средняя температура потока, выходящего с теплового конца регенератора.

В результате анализа различных видов потерь, проведенного для установок, работающих по циклу Гиффорда—Макмагона, получены следующие выводы [1]:

1. Зависимость теплофизических свойств материала регенератора и рабочего тела от температуры вызывает рост потерь

вследствие увеличения высоты температурной петли в холодной области и увеличения разности температур газа и насадки (из-за уменьшения коэффициента теплоотдачи).

2. Потери за счет продольного теплового потока для регенераторов длиной  $L=100$  мм и диаметром  $d<25$  мм малы. В случае, если  $L<100$  мм и  $d>25$  мм, продольный перенос тепла посредством теплопроводности приводит к значительному увеличению коэффициента потерь.

3. Высота температурной петли стенок регенератора меньше высоты температурной петли насадки, что приводит к теплообмену между насадкой и стенками. Этот эффект существенно увеличивает потери. Они могут быть снижены применением тонкой стенки либо теплоизолирующего материала.

4. Изменение в продолжение цикла характеристик течения газа на работу регенератора существенно и должно учитываться при конструировании.

5. Значительные колебания температуры насадки у концов регенератора приводят к большим градиентам температуры и, следовательно, к потерям за счет теплопроводности.

Потери 1—5 обычно пренебрегают в крупных регенераторах воздухоразделительных установок. В малогабаритных регенераторах газовых криогенных машин все рассмотренные виды потерь существенны и требуют учета при теоретическом анализе, расчете и конструировании.

Наиболее общая модель регенератора должна учитывать реальность газа, изменение его плотности во времени, сдвиг фаз между давлением и расходом газа, осевую теплопроводность насадки, зависимость физических свойств газа и насадки от температуры и другие особенности процесса.

Уравнения движения, энергии и неразрывности для газа, а также уравнение энергии для насадки регенератора можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho w + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w + p) = -\frac{\zeta}{2d_s} \rho w |w|; \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho w = 0; \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u w + \rho w + q) = -\frac{4\alpha(T - T_n)}{d_s}; \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_n u_n + \frac{\partial q_n}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \frac{4\alpha(T - T_n)}{d_s}. \quad (3.103)$$

Здесь  $u$  — внутренняя энергия.

В настоящее время известен ряд работ, в которых получены аналитические или численные решения упрощенных уравнений, не учитывающих те или иные факторы исходной системы (3.100) — (3.103).

В работе [17] для  $dq_w/dx=0$  с учетом  $w_\phi=\rho w$  система (3.100)—(3.103) для идеального газа представлена в матричной форме

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \Phi, \quad (3.104)$$

где

$$\Omega = \begin{pmatrix} w_\phi \\ \frac{p}{RT} \\ \frac{c_p p}{R} + \frac{w_\phi^2 RT}{2p} \\ T_w \\ \rho + \frac{w_\phi^2 RT}{p} \\ \frac{w_\phi}{w_\phi c_p T + \frac{w_\phi^2 R^2 T^2}{2p^2} + w_\phi RT} \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{\xi}{2d_s} \cdot \frac{w_\phi |w_\phi| RT}{p} \\ -\frac{4\alpha(T-T_w)}{d_s} \\ \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \cdot \frac{4\alpha(T-T_w)}{\rho_w c_w d_s} \end{pmatrix}.$$

Для решения системы применен неявный разностный метод. В работе [63] математическая модель регенератора машины Гиффорда—Макмагона записана в виде

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\varepsilon f}{R} \cdot \frac{\partial p}{\partial \tau} \cdot \frac{1}{T}; \quad (3.105)$$

$$c_p \frac{\partial}{\partial x} GT + \alpha \frac{F}{L} (T-T_w) + \frac{c_p \varepsilon f}{R} \cdot \frac{\partial p}{\partial \tau} = 0; \quad (3.106)$$

$$\alpha \frac{F}{L} (T-T_w) = \frac{G_w}{L} c_w \frac{\partial T_w}{\partial \tau}. \quad (3.107)$$

Граничные условия уравнений (3.105)—(3.107): при  $x=0$   $G=G_0(\tau)$ ;  $T=T_0(\tau)$ ; при  $x=L$   $T=T_L(\tau)$ .

В предположении, что разность температур газа и насадки в любой точке регенератора мала и изменение давления во времени выражается функцией, у которой  $|dp/d\tau| = \text{const}$ , с учетом условий цикличности  $G(T_{ож} - T_{раст}) = c_1$ ;  $T_{ож} + T_{раст} = 2T$ . После преобразований получено

$$G \frac{dT}{dx} - \frac{\alpha F c_1}{L c_p G} + \frac{\varepsilon f}{c_p} \left| \frac{dp}{d\tau} \right| = 0; \quad (3.108)$$

$$\frac{dG}{dx} = \frac{\varepsilon f}{RT} \left| \frac{dp}{d\tau} \right|. \quad (3.109)$$

Граничные условия системы (3.108), (3.109): при  $x=0$   $T=T_0$ ,  $G=G_0$ ; при  $x=L$   $T=T_L$ .

Введением переменных  $\theta = T/T_0$ ,  $G = G/G_0$ ,  $X = \frac{\varepsilon V}{T_0 G_0 R} \times \left| \frac{dp}{d\tau} \right| \frac{x}{L}$ , с учетом  $\alpha = kG^n$  из (3.108), (3.109) получено

$$\frac{d\theta}{dX} = \frac{C - \frac{\gamma-1}{\gamma} G^{1-n}}{G^{2-n}}; \quad (3.110)$$

$$\frac{dG}{dX} = \frac{1}{\theta}, \quad (3.111)$$

где

$$C = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{k F c_1}{2 G_0 |dp/d\tau|}.$$

Граничные условия принимают вид: при  $X=0$   $G=G_0=1$ ,  $\theta=1$ ; при  $X=X_{\max} = \frac{\varepsilon V |dp/d\tau|}{T_0 G_0 R}$   $\theta_L = T_L/T_0$ .

Результаты численного интегрирования системы (3.110)—(3.111) представлены в [63] в виде параметрических кривых.

Решения, приведенные выше, непригодны для регенераторов машины Стирлинга, поскольку в них колебания давления и массовой скорости имеют синусоидальную форму и между ними есть сдвиг по фазе.

На основе допущений, что продольная теплопроводность мала, газ идеальный и свойства материала насадки постоянны, система уравнений, описывающая процесс в регенераторе машины Стирлинга, получена в виде [30]

$$\rho \frac{\partial w}{\partial \tau} + \rho w \frac{\partial w}{\partial x} + f \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho w^2}{2} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad (3.112)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial x} = 0; \quad (3.113)$$

$$c_v \frac{\partial(\rho T)}{\partial \tau} + c_p \frac{d(\rho w T)}{dx} = \alpha \frac{F}{lL} (T_w - T); \quad (3.114)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \tau} = \alpha \frac{F}{c_w G} (T - T_w); \quad (3.115)$$

$$\rho = \rho R T. \quad (3.116)$$

Введением безразмерных переменных  $\hat{\tau} = \omega \tau$ ;  $\hat{x} = x/L$ ;  $\hat{T} = T/T_0$ ;  $\hat{p} = p/p_0$ ;  $\hat{m} = m/m_0$ ;  $\hat{\rho} = \rho \frac{RT_0}{p_0}$ ;  $\hat{T}_w = \frac{T_w}{T_{w0}}$  уравнения приводятся к виду

$$A_1 \hat{\rho} \frac{\partial(\hat{m}/\hat{p})}{\partial \hat{\tau}} + \hat{m} \frac{\partial(\hat{m}/\hat{p})}{\partial \hat{x}} + A_2 \frac{\hat{m}^2}{\hat{p}} + A_3 \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}} = 0; \quad (3.117)$$

$$A_1 \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\tau}} + \frac{\partial \hat{m}}{\partial \hat{x}} = 0; \quad (3.118)$$

$$C_1 \frac{1}{\hat{m}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{\tau}} + \frac{\hat{T}}{\hat{m}} \frac{\partial \hat{m}}{\partial \hat{x}} = C_2 |\hat{m}|^n \frac{\hat{T}_w - \hat{T}}{\hat{m}} - \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}}; \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial \hat{T}_w}{\partial \hat{\tau}} = E_1 |\hat{m}|^n (\hat{T} - \hat{T}_w); \quad (3.120)$$

$$\hat{p} = \hat{\rho} \hat{T}. \quad (3.121)$$

Здесь  $\omega$  — угловая частота колебаний массового расхода и давления;  $m$  — массовая скорость;  $m_0$ ,  $p_0$  — амплитуды синусоидальных колебаний массовой скорости и давления на входе в регенератор;  $T_0$  — температура газа на входе в регенератор;

$$A_1 = \frac{\omega L p_0}{m_0 R T_0}; \quad A_2 = f \frac{L}{2d}; \quad A_3 = \frac{p_0^2}{R T_0 m_0^2};$$

$$C_1 = \frac{A_1}{k}; \quad C_2 = \frac{k F}{c_p m_0^{1-\alpha} f};$$

$$E_1 = \frac{k m_0^{\alpha} F}{c_w G \omega}; \quad \alpha = k m_0^{\alpha}.$$

На основе оценки порядков величин коэффициентов  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $E$  уравнения движения и неразрывности могут быть существенно упрощены, что позволяет получить аналитические решения. В работе [30] такое решение получено в виде выражений для теплового потока вдоль регенератора.

В работе [81] приближенные периодические решения системы (3.112) — (3.116) представлены в форме

$$T(x, \tau) = T_1(x) + T_s(x) \sin \omega \tau + T_c(x) \cos \omega \tau; \quad (3.122)$$

$$T_w(x, \tau) = T_{w1}(x) + T_{ws}(x) \sin \omega \tau + T_{wc}(x) \cos \omega \tau; \quad (3.123)$$

$$G(x, \tau) = G_s(x) \sin \omega \tau + G_c(x) \cos \omega \tau \quad (3.124)$$

при условии, что

$$\rho = \rho_1 + \rho_s \sin \omega \tau \quad (\rho_s > 0). \quad (3.125)$$

Здесь  $\omega = 2\pi/\theta$ ,  $\theta$  — период.

Для определения коэффициентов в разложениях (3.122) — (3.124) использован вариационный метод наименьших квадратов, в соответствии с которым коэффициенты выбирают так, чтобы средние за период  $\theta$  квадраты выражений в правой части уравнений (3.122) — (3.124) были минимальны.

В работе [90] в систему (3.112) — (3.116) вместо уравнения (3.115) введено

$$\rho_w \frac{\partial u_w}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) - \frac{F \alpha}{1 - \varepsilon} (T - T_w) = 0. \quad (3.126)$$

После преобразований получена система трех обыкновенных дифференциальных уравнений, решаемая численно. Аналитические решения получены для бесконечно большой теплоемкости либо пренебрежимо малой теплопроводности насадки.

Таким образом, обычно применяют следующие методы расчета регенераторов газовых криогенных машин: 1) численное интегрирование исходной нелинейной системы уравнений в частных производных разностными методами; 2) аналитическое решение при некоторых упрощениях системы вариационными или иными методами; 3) преобразование уравнений системы в обыкновенные дифференциальные с последующим аналитическим или численным решением.

#### ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

### КОНДЕНСАТОРЫ-ИСПАРИТЕЛИ УСТАНОВОК РАЗДЕЛЕНИЯ ВОЗДУХА

#### 4.1. Теплообмен при кипении и конденсации криогенных жидкостей

Процессы теплообмена при кипении и конденсации связаны с фазовыми превращениями веществ и сопровождаются поглощением или выделением тепла фазового перехода. Эффективность теплообмена при фазовых превращениях связана весьма сложной зависимостью с геометрическими характеристиками и состоянием поверхностей теплообмена, теплофизическими свойствами рабочих сред и режимными факторами.

По условиям проведения процесса кипения соответствующие аппараты можно разделить на две группы. В аппаратах первой группы кипение осуществляется в условиях естественной конвекции на поверхности, погруженной в жидкость; ко