

8.1. Испарители-газификаторы криогенных жидкостей

Рост объема производства криогенных продуктов и расширение сферы их применения требуют совершенствования систем снабжения потребителей этими продуктами. Анализ способов снабжения криогенными жидкостями и оценка их экономической эффективности показывают, что потребителей целесообразно обеспечивать жидкими криогенными продуктами с последующей их газификацией по мере использования. Применение газификаторов дает возможность создать рациональные системы снабжения, включающие в себя все технологические процессы, от производства до потребления криогенных продуктов.

В настоящее время наиболее многочисленны аппараты непосредственной газификации, представляющие собой двухпоточные теплообменники, поверхности каналов которых со стороны воздуха выполняют оребренными. Теплоотдача от воздуха осуществляется за счет естественной либо вынужденной конвекции.

Если один из теплообмениваемых потоков движется в трубке диаметром d , то с учетом $dF = \pi d dl$ из (1.5) следует

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dl} &= \frac{\pi d K}{G_1} (t_2 - t_1); \\ \frac{dh_2}{dl} &= \frac{\pi d K}{G_2} (t_2 - t_1). \end{aligned} \quad (8.1)$$

Граничное условие системы (8.1): при $l=0$ $h_1(0) = h_{10}$, $h_2(0) = h_{20}$. Система уравнений (8.1) решается с использованием зависимостей $t_1(h_1)$, $t_2(h_2)$, $K(t_1, t_2, l)$.

Расчет газификатора в нелинейной постановке задачи может быть выполнен численным интегрированием системы (8.1) методами Рунге—Кутты или предсказания с коррекцией. Коэффициенты теплопередачи испарителя можно вычислить по методике, принятой при расчете воздухоохладителей холодильных установок.

Условный коэффициент теплоотдачи влажного воздуха, учитывающий тепломассообмен, термические сопротивления слоя инея и контакта ребер с трубками,

$$\alpha_n = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{\text{в}}} + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + R}, \quad (8.2)$$

где δ_n —толщина слоя инея; λ_n —теплопроводность инея; R —

термическое сопротивление контакта ребро—стенка трубы, зависящее от способа крепления ребер; ε —коэффициент влаговыпадения.

При температуре поверхности, меньшей 273 К,

$$\varepsilon = 1 + \frac{x - x_w''}{T - T_w} \cdot \frac{r - h_n}{c_p}, \quad (8.3)$$

где x , x_w'' —влагосодержание поступающего в аппарат воздуха и насыщенного воздуха у поверхности испарителя; T , T_w —температура поступающего воздуха и охлаждаемой поверхности; r —теплота сублимации льда; h_n —энтальпия инея.

Условный коэффициент теплоотдачи, отнесенный к внутренней поверхности трубы,

$$\alpha_{\text{вн}} = \alpha_n \left(\frac{F_p}{F_{\text{вн}}} \eta + \frac{F_{\text{мр}}}{F_{\text{вн}}} \right), \quad (8.4)$$

где F_p , $F_{\text{мр}}$, $F_{\text{вн}}$ —площади поверхности ребер, межреберных участков и внутренней поверхности трубы соответственно.

Эффективность ребра η определяется по формуле (1.37), условная высота ребра—по формулам (1.39), (1.40). Коэффициент теплоотдачи со стороны криогенной жидкости, протекающей внутри труб, α_n можно вычислить по формулам § 1.3.

Коэффициент теплопередачи испарителя, отнесенный к внутренней поверхности труб,

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{\text{вн}}} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\alpha_n}}. \quad (8.5)$$

В табл. 8.1 в качестве примера приведены результаты расчета испарителей высокого давления при следующих основных исходных данных: массовый расход воздуха 2 кг/с, площадь поперечного сечения воздушного потока 0,183 м², наружный диаметр труб из нержавеющей стали 25 мм, массовый расход жидкого кислорода 0,0695 кг/с, толщина алюминиевого ребра 0,5 мм, внутренний диаметр трубок 16 мм, высота ребра 16 мм, шаг ребер 20 мм, энтальпия входящего воздуха 200,3 кДж/кг, энтальпия кислорода на входе —95,6 кДж/кг, на выходе 184,6 кДж/кг, давление кислорода 20 МПа, толщина слоя инея 6 мм.

Современный испаритель высокого давления должен быть прост в обслуживании, достаточно надежен, должен безотказно работать в разнообразных климатических и погодных условиях, обеспечивая стабильные выходные параметры производственного потока в течение всего рабочего периода; должен быть легким и компактным, потреблять минимум энергии, быть технологичным и малотрудоемким при изготовлении. Наиболее экономичным является способ испарения за счет тепла окружающей

среды, который позволяет экономить от 75 до 90 % затрат энергии на газификацию.

Из табл. 8.1 видно, что расчет испарителей данного типа благодаря практически постоянному коэффициенту теплопередачи можно выполнить, используя среднее интегральное значение Δt и значение K при температуре потоков на теплом конце аппарата.

Таблица 8.1

Результаты расчета испарителя из оребренных труб					
$l, \text{ м}$	$T_{\text{к}}, \text{ К}$	$T_{\text{ж}}, \text{ К}$	$K, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_{\text{ж}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_{\text{к}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$
0	290,4	100,0	62,6	68,0	789,9
5	292,4	139,8	63,1	68,1	861,8
10	294,1	170,6	63,2	68,2	870,0
15	295,5	195,3	63,4	68,3	886,1
20	296,6	215,1	63,4	68,3	882,1
25	297,5	231,4	63,4	68,4	873,2
30	298,3	245,1	63,4	68,4	861,1
35	298,8	256,5	63,4	68,4	851,5
40	299,3	265,8	63,3	68,5	843,8
45	299,7	273,3	63,3	68,5	837,8
50	300,0	297,3	63,3	68,5	833,1

Весьма перспективны испарители с промежуточными легкокипящими теплоносителями (рис. 8.1) [62]. В этих испарителях криогенная жидкость подается насосом в конденсатор-испаритель и газифицируется за счет конденсации теплоносителя на наружной поверхности. Конденсат по сливному трубопроводу стекает в теплообменные панели, где выкипает за счет теплообмена с атмосферным воздухом, подаваемым вентилятором. Пары теплоносителя возвращаются в конденсатор-испаритель и вновь конденсируются.

Математическая модель испарителя с циркулирующим промежуточным теплоносителем включает в себя последовательность расчетов отдельных контуров, состоящих из газификатора кислорода — конденсатора хладагента и воздушного испарителя хладагента панельного типа. В основу моделей конденсатора и испарителя положены системы двух нелинейных дифференциальных уравнений вида (8.1), в которых индекс 2 относится к горячему потоку, а 1 — к холодному. В конденсаторе горячий поток — хладон, холодный — кислород; в испарителе горячий поток — воздух, холодный — хладон.

В связи с замкнутостью каждого циркуляционного контура давление хладагента в нем устанавливается в соответствии с тепловыми потоками в конденсаторе и испарителе, которые должны быть равны, т. е.

$$q_{\text{н}}(p) - q_{\text{к}}(p) = 0. \quad (8.6)$$

Тепловые потоки в конденсаторе и испарителе определяются как

$$q_{\text{к}}(p) = G_1 (h_{11} - h_{10}); \quad (8.7)$$

$$q_{\text{н}}(p) = G_2 (h_{21} - h_{20}). \quad (8.8)$$

Для определения энтальпий на выходе из аппаратов осуществляется численное интегрирование уравнений (8.1).

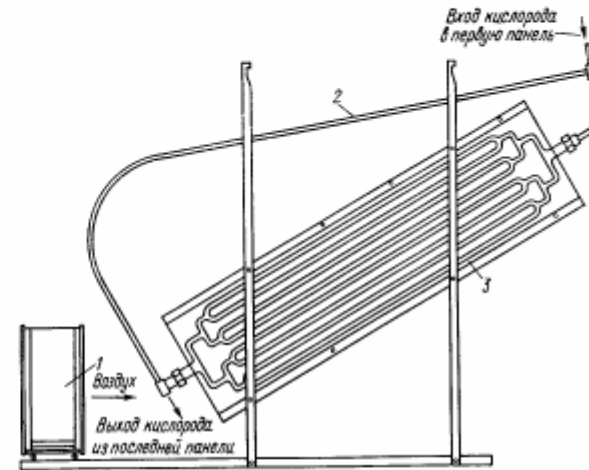


Рис. 8.1. Схема испарителя с промежуточным теплоносителем
1 — вентилятор; 2 — испаритель кислорода — конденсатор теплоносителя типа «труба в трубе»; 3 — панельный испаритель теплоносителя

Уравнение (8.6) преобразуется к виду

$$h' = q_{\text{н}}(h') - q_{\text{к}}(h') + h' \quad (8.9)$$

и решается итеративным методом Вегстейна. В качестве начального приближения к корню в первом контуре принимается $h'_0 = (h'_{\text{max}} + h'_{\text{min}})/2$, а в последующих — решения в предыдущих контурах. Здесь h' — энтальпия кипящего (конденсирующегося) хладагента.

Расчет начинается с первого по ходу кислорода контура ($i=1$), при $|q_{\text{н}}(h') - q_{\text{к}}(h')| \leq \varepsilon$ осуществляется переход к расчету следующего, $(i+1)$ -го контура. В результате расчетов определяются поля температуры вдоль поверхностей теплообмена всех контуров, а следовательно, температура газифицируемого кислорода на выходе из системы при заданном числе контуров.

Отметим, что в соответствии с (1.19), (1.21) для конденсаторов и испарителей прямоток и противоток одинаково эффективны.

Коэффициент теплоотдачи при кипении хладона R-22

$$\alpha_k = 1,04G^{0,2} (q/d_{\text{экв}})^{0,6}, \quad (8.10)$$

где G — массовый расход хладона; q — удельный тепловой поток в аппарате, отнесенный к внутренней поверхности; $d_{\text{экв}}$ — внутренний диаметр каналов панели.

Коэффициент теплоотдачи со стороны воздуха

$$\alpha = 0,0014 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,43} \lambda / d_s, \quad (8.11)$$

где Re — число Рейнольдса воздуха, $\text{Re} = \omega d_s / \nu$; d_s — эквивалентный диаметр каналов между панелями (с учетом толщины иная).

С учетом тепломассообмена и термического сопротивления слоя иная

$$\alpha_k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_k} + \frac{\delta_{\text{и}}}{\lambda_{\text{и}}}}. \quad (8.12)$$

Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к внутренней поверхности канала панели $\alpha_{\text{вн}}$, определяется по формуле (8.4), коэффициент теплопередачи панельного испарителя — по формуле (8.5).

Расчет коэффициента теплопередачи испарителя кислорода — конденсатора хладона выполняется следующим образом. Коэффициент теплоотдачи при конденсации хладона, отнесенный к внутренней поверхности трубы,

$$\alpha_d = 0,72 \sqrt{\frac{r \rho_{\text{к}}^2 h_{\text{к}}^3}{\mu_{\text{к}} d_{\text{к}}}} \cdot \frac{d_{\text{н}}}{d_{\text{вн}}}. \quad (8.13)$$

Коэффициент теплоотдачи при газификации кислорода внутри труб α_1 можно вычислить по формулам (1.49), (1.50), а коэффициент теплопередачи испарителя-конденсатора — по формуле (1.34).

Критерием оптимальности при оптимизации газификатора являются приведенные затраты $\Pi = E_{\text{в}} K + \mathcal{E}$. В результате анализа затрат на опытную конструкцию испарителя высокого давления с циркулирующим теплоносителем получены следующие выражения для расчета составляющих приведенных затрат:

$$K = 30,952N + 3,126m_{\text{ф}} + 32,39 + 1,736K_{\text{в}}; \quad (8.14)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{в}} + \mathcal{E}_{\text{э}} = 0,1K + C_{\text{э}} \tau (Q_{\text{к}} + Q_{\text{в}}), \quad (8.15)$$

где N — число панелей; $m_{\text{ф}}$ — масса хладона; $K_{\text{в}}$ — стоимость вентилятора; $\mathcal{E}_{\text{в}}$ — амортизационные отчисления; $\mathcal{E}_{\text{э}}$ — стоимость электроэнергии, расходуемой за год; $C_{\text{э}}$ — стоимость

1 кВт·ч; τ — число часов работы испарителя в течение года; $Q_{\text{в}}$ — мощность вентилятора; $Q_{\text{к}}$ — мощность, затрачиваемая на догрев продукта до $T = T_{\text{средн}} - 10\text{K}$.

Расчеты выполнены при следующих основных исходных данных. Газификатор кислорода — конденсатор хладона: эквивалентный диаметр каналов хладона 30 мм; массовый расход кислорода 0,06944 кг/с; внутренний диаметр трубы кислорода 16 мм; энтальпия кислорода на входе в аппарат — 95,6 кДж/кг; давление кислорода 20 МПа; длина конденсатора 2 м.

Воздушный испаритель хладона панельного типа: массовый расход воздуха 4,26 кг/с; расстояние между панелями 70 мм; толщина ребра 2 мм; внутренний диаметр каналов холодного потока 7 мм; число каналов на одной панели 8; ширина панели 0,45 м; энтальпия выходящего воздуха 295 кДж/кг; расстояние между осями каналов 40 мм; толщина слоя иная 20 мм; длина панели 1,8 м.

Результаты расчетов приведены в табл. 8.2. Минимум приведенных затрат соответствует газификатору с числом панелей $N = 6$.

Таблица 8.2

Результаты расчета аппарата с циркулирующим теплоносителем

Число панелей	Температура кислорода на выходе, К	$Q_{\text{к}}$, кВт	K , руб.	\mathcal{E} , руб/год	Π , руб/год
3	260,3	2,89	236,32	107,57	143,02
4	276,9	1,25	269,46	69,13	109,55
5	282,5	0,71	302,60	58,64	104,03
6	286,9	0,29	335,74	51,17	101,53
7	289,6	0,04	368,88	48,14	103,47
8	290,8	0,00	402,82	50,40	110,70
9	292,0	0,00	435,16	53,72	118,99
10	292,8	0,00	468,30	57,03	127,27

8.2. Расчет нестационарного процесса образования слоя иная

Наличие иная вносит существенные изменения в условия работы поверхностей теплообмена: увеличивается шероховатость, уменьшается живое сечение для воздуха, иная изолирует поверхность теплообмена.

При принудительном движении воздуха иная, состоящий из отдельных кристаллов, покрывает вначале наиболее холодную часть ребристого элемента — поверхность трубы, затем поверхность ребер от их основания к вершине. Кристаллы выполняют роль дополнительной теплообменной поверхности и турбулизуют поток воздуха вследствие шероховатости поверхности. Шероховатость поверхности зависит от времени. В начальной стадии процесса образования иная, когда кристаллы растут в основном вверх, шероховатость увеличивается. Затем, когда начинают перекрываться промежутки между кристаллами, шероховатость уменьшается.

Изменение во времени теплопритока вследствие отложения инея зависит от температуры стенки, скорости и влажности воздуха. Иней изолирует поверхность теплообмена. Изоляционные свойства инея сказываются в том большей степени, чем больше влажность входящего воздуха. При невысокой разности температур изолирующему свойству инея противопоставит увеличение коэффициентов тепло- и массообмена вследствие шероховатости инея и уменьшения скорости движения воздуха из-за уменьшения площади поперечного сечения. Изолирующие свойства инея при этом могут не проявиться.

При больших перепадах температур между потоком воздуха и стенкой накопление инея приводит к падению интенсивности теплообмена. С вертикальных стенок иней периодически опадает. В результате этого толщина слоя инея уменьшается и температура его поверхности понижается. Освободившееся место становится центром последующего быстрого накопления инея. Цикличность процесса опадания обуславливает беспорядочное изменение температуры отдельных участков поверхности. Опадание характерно для ранних стадий образования инея. В дальнейшем иней закрепляется на поверхности, толщина слоя инея и температура начинают расти, наблюдаются снижение теплового потока и стабилизация массопереноса.

Температура поверхности инея зависит от того, превосходит ли температура точки росы потока воздуха значение, соответствующее тройной точке водяных паров. Если температура точки росы ниже 0 °С, то температура поверхности инея стабилизируется на уровне несколько более низком, чем температура точки росы. При температуре точки росы выше 0 °С температура поверхности инея обычно колеблется около 0 °С. Однако при определенном соотношении между термическим сопротивлением слоя инея и термическим сопротивлением пограничного слоя температура поверхности инея колеблется в некотором диапазоне, не достигая 0 °С.

В расчетах толщины слоя инея важную роль играет его плотность, зависящая от скорости воздуха и его влажности, а также от температуры поверхности, на которой оседает иней. Данные о влиянии скорости воздуха и его влажности на плотность оседающего инея настолько неполны, что сделать количественные выводы по литературным источникам практически невозможно.

Плотность инея при увеличении температуры поверхности монотонно возрастает. По данным различных авторов можно составить весьма приближенную зависимость [46]:

$t, ^\circ\text{C}$...	-20	-15	-10	-5
$\rho, \text{кг/м}^3$...	70	90	120	200

При продольном обтекании пластины с температурой поверхности 80 К получены значения $\rho \approx 48 + 59 \text{ кг/м}^3$ в зависимости от скорости воздуха (4,1—13,2 м/с) и его влагосодержания (3,1—5,4 г/кг) [46].

Относительно распределения плотности инея по его толщине нет единой точки зрения. Этот вопрос важен, так как известно, что иней, имеющий различную плотность, будет иметь среднюю теплопроводность, отличную от теплопроводности инея с одинаковой по толщине той же средней плотностью. По данным одних авторов плотность инея растет в направлении от поверхности к холодной стенке. По другим данным, распределение плотности носит экстремальный характер. Некоторые авторы считают плотность инея практически постоянной по толщине слоя.

Можно предположить, что распределение плотности по толщине инея определяется взаимным влиянием повышения температуры поверхности новообразующихся слоев инея и массопереноса в направлении от поверхности к холодной стенке.

При разработке алгоритма расчета нестационарного процесса образования слоя инея использованы зависимости и опытные данные работ [34, 46, 92]. Получены новые выражения для определения плотности инея, образующегося на поверхности, $\rho_{\text{ж}}$, коэффициента паропроводности μ , создана логика алгоритма определения толщины инея δ .

Масса влаги ΔG , выпадающая за промежуток времени Δt на поверхности испарителя площадью 1 м², определяется как

$$\Delta G = \beta (x - x^*) \Delta t, \quad (8.16)$$

где x и x^* — влагосодержания воздуха, обтекающего поверхность испарителя, и воздуха, насыщенного при температуре поверхности слоя инея; β — коэффициент массоотдачи, определенный как

$$\beta = \frac{\alpha}{\text{Le} \cdot c_p}.$$

При этом часть выпавшей влаги $\Delta G'$ образует новый слой инея, а часть $\Delta G''$ вследствие диффузии поступает внутрь существовавшего инея и уплотняет его, $\Delta G = \Delta G' + \Delta G''$. Величину $\Delta G''$ можно определить как $\Delta G'' = \mu_j (\rho_j^* - \rho_{j-1}^*) \Delta t / \delta_j$, где j — индекс наружного слоя.

Для плоского стационарного турбулентного потока можно полагать $\text{Le} = 1$. Коэффициент теплоотдачи от воздуха к наружной поверхности слоя инея определяется как

$$\alpha = \alpha_0 k_e,$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи к поверхности, свободной от инея; k_e — степень оребрения, создаваемая инеем,

$$k_e = 1,5 - 0,61 \sqrt{\rho_{\text{ж}} - 0,02};$$

α — коэффициент влаговыпадения, определяемый по формуле (8.3).

Толщина слоя инея, образующегося за время Δt ,

$$\delta_{\text{ж}} = \Delta G' / (\rho_{\text{ж}} j), \quad (8.17)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ — плотность инея, образующегося на поверхности.

По мере образования слоя инея происходит диффузия паров воды внутрь массы инея. Степень насыщения различных слоев влагой определяется паропроницаемостью каждого из слоев и разностью парциальных давлений паров воды на границах выделенных слоев. Масса влаги, поступающей в каждый из слоев и конденсирующейся в нем за время Δt , определяется выражениями

$$\Delta G'_1 = \frac{\mu_1}{\delta_1} (\rho_1^* - \rho_w^*) \Delta t; \quad (8.18)$$

$$\Delta G'_i = \left[\frac{\mu_i}{\delta_i} (\rho_i^* - \rho_{i-1}^*) - \frac{\mu_{i-1}}{\delta_{i-1}} (\rho_{i-1}^* - \rho_{i-2}^*) \right] \Delta t, \quad i = 2, 3, \dots,$$

где μ_i , μ_j — коэффициенты паропроводности слоев инея; δ_i , δ_j — толщины слоев; ρ_w^* , ρ_1^* , ρ_i^* — парциальные давления паров воды в насыщенном воздухе на поверхности испарителя и на границе соответствующих слоев; i — номер слоя.

Температуры T_1, T_2, \dots, T_n на границе слоев определяются по уравнениям тепловых балансов:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_1 - T_w = q \delta_1 / \lambda_1; \\ \Delta T_i &= T_i - T_{i-1} = q \delta_i / \lambda_i, \end{aligned} \quad (8.19)$$

где q — плотность теплового потока через иней, $q = (T_2 - T_w) R$; R — термическое сопротивление инея,

$$R = \frac{1}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}.$$

Теплопроводность слоя инея можно определить по зависимости $\lambda_{\text{ж}} = \rho_{\text{ж}} \lambda_{\text{к}} / \rho_{\text{к}}$, где $\lambda_{\text{к}} / \rho_{\text{к}} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2 / (\text{кг} \cdot \text{К})$ — отношение характеристик кристаллов. Это выражение рекомендуется в работе [46] для широких диапазонов скорости

и влажности воздуха при температурах охлаждающей поверхности от 0 °С до температуры конденсации воздуха.

После определения величин $\Delta G_i'$ легко уточнить плотность инея в каждом из слоев

$$\rho_{ni} = \frac{\rho_{ni} \delta_{ni} + \Delta G_i'}{\rho_{ni} \delta_{ni}} \rho_{ni} \quad (8.20)$$

Расчет толщины инея выполняется послойно по следующему алгоритму. Число слоев n , следовательно, число циклов расчета определяется как наименьшее целое число $N > 2\tau + 2$. Время роста каждого слоя $\Delta\tau = \tau/n$.

В начале каждого цикла расчета по (8.16) определяется масса влаги, образовавшейся за время $\Delta\tau$, затем по (8.17) — толщина образовавшегося слоя. Далее вычисляется термическое сопротивление всего слоя инея, осевшего к данному расчетному моменту времени $\tau_n = n\Delta\tau$, и тепловой поток. По зависимостям (8.19) вычисляются температуры на границе каждого из расчетных слоев. В конце цикла определяется количество влаги, внесенное массопереносом паров воды внутрь инея за время роста очередного расчетного слоя, (8.18) и уточняется плотность всего осевшего инея (8.20). Затем выполняется аналогичный цикл вычислений для следующего по порядку расчетного слоя.

Для определения характеристик инея по описанному алгоритму необходимы выражения для плотности инея, образующегося на поверхности, ρ_{ni} , и коэффициентов паропроводности μ . Нахождение соответствующих аналитических выражений представляло самостоятельную задачу, решение которой определяет адекватность модели реальному процессу инеобразования.

Плотность инея, образующегося на поверхности, зависит от температуры поверхности и скорости движения воздуха. Анализ экспериментальных данных работы [92] показал, что связь между ρ_{ni} , T и w может быть описана зависимостью

$$\rho_{ni} = \frac{a_0}{1 + a_1 |t|^{a_2} w^{a_3}} \quad (8.21)$$

По экспериментальным данным работы [92] в диапазоне $w = 1,147 \div 9,176$ м/с получены коэффициенты $a_0 = 0,616$; $a_1 = 0,981$; $a_2 = 0,659$; $a_3 = -1,053$.

Значения плотности инея, рассчитанные по формуле (8.21), достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными работ [25, 46, 92], особенно в области криогенных температур.

Коэффициент паропроводности μ можно определить по коэффициенту молекулярной диффузии паров воды в порах, $\mu = D\rho_n$.

Коэффициент D определяется средней тепловой скоростью движения молекул u и диаметром поры d , $D = \frac{1}{3} u d$. Поскольку $u = \sqrt{8RT/(\pi M)}$,

коэффициент молекулярной диффузии и температура связаны зависимостью $D \sim T^{0,5}$ [31].

При анализе процессов переноса во внутренней структуре инея рассматривают обычно три модели двухфазных дисперсных сред (рис. 8.2) [46]. Оценка размер пор в модели перекрывающихся цилиндров. Для плотности инея справедливы выражения:

$$\rho_n = \rho_k \alpha + \rho_n (1 - \alpha); \quad (8.22)$$

$$\rho_n = \rho_k \frac{12\pi r_n^2}{a^2} + \rho_n \frac{a^2 - 12\pi r_n^2}{a^2}, \quad (8.23)$$

где α — доля объема, занятая кристаллами льда; a и r_n — высота и радиус цилиндра соответственно.

Из (8.22), (8.23) следует $\frac{r_n}{a} = \left(\frac{\alpha}{12\pi} \right)^{1/2}$ или, так как $\rho_k \ll \rho_n$, то

$$\frac{r_n}{a} \sim \left(\frac{\rho_k}{\rho_n} \right)^{1/2}. \quad (8.24)$$

Поскольку в этой модели размер пор $d = a - 4r_n$, то из (8.24) следует $d \sim \rho_n^{-1/2}$.

С помощью аналогичных выкладок для модели сфер получено $d \sim \rho_n^{-1/3}$, а для модели параллельных прослоек $d \sim \rho^{-1}$. Поскольку рассмотренные модели весьма схематичны, можно ожидать, что показатель степени при плотности инея в выражении для коэффициента диффузии находится в пределах от $-1/3$ до -1 . Следовательно, коэффициент диффузии можно определить по формуле

$$D = a_0 \rho_n^{a_1} T^{0,5}, \quad (8.25)$$

где $a_1 \approx -(1/3 + 1)$.

Минимизацией квадратичного функционала в диапазоне $\tau = (0,5 + 8)$ ч получено $a_0 = 1,5966$; $a_1 = -0,4741$.

Согласно обстоятельным исследованиям, выполненным в работе [92], конфигурация холодной поверхности практически не влияет на характер роста



Рис. 8.2. Модели двухфазных дисперсных сред

слоя инея. Поэтому можно полагать, что данная методика справедлива при любых типах поверхностей испарителей, отличия заключаются в выражениях для коэффициентов теплоотдачи.

8.3. Одномерная задача совместного тепломассопереноса

Уравнения тепломассообмена, основанные на принципах переноса, уравнениях теплового и материального балансов при отсутствии конденсации водяного пара в воздухе, записываются в виде

$$dJ = \beta_p (p'' - p) dF = \beta_x (x'' - x); \quad (8.26)$$

$$G_k c_p dt_n = \alpha (t_{ж} - t_n) dF - c_n (t_{ж} - t_n) dJ; \quad (8.27)$$

$$G_k c_k dt_k = \alpha (t_{ж} - t_k) dF + rdJ. \quad (8.28)$$

Здесь и далее рассматриваются процессы с влажным воздухом, не достигающим насыщения внутри аппарата [3]. Последние имеют место в вентиляторных градирнях и азотно-водяных холодильниках воздухоподогревателей установок.

Разрешая уравнения (8.26) — (8.28) относительно производных и учитывая $dF = a_0 dH$, получим систему уравнений, описывающих одномерную задачу тепломассообмена в аппарате постоянного поперечного сечения:

$$\begin{aligned}\frac{dt_{ж}}{dH} &= \frac{a_{\alpha}}{G_{ж}c_{ж}} [\alpha (t_{ж} - t_n) + r\beta_x (x'' - x)]; \\ \frac{dt_n}{dH} &= \frac{a_{\alpha}}{G_{н}c_{п}} (t_{ж} - t_n) [\alpha - c_n\beta_x (x'' - x)]; \\ \frac{dx}{dH} &= \frac{a_{\alpha}}{G_n} (x'' - x).\end{aligned}\quad (8.29)$$

При использовании уравнения Меркеля

$$dQ = \beta_n (h'' - h) dF = G_n dh = G_{ж} c_{ж} dt_{ж} \quad (8.30)$$

и понятия об энтальпийном потенциале как обобщенной движущей силе процесса совместного тепломассопереноса система (8.29) заменяется следующей:

$$\begin{aligned}\frac{dt_{ж}}{dH} &= \frac{a_{\alpha}}{G_{ж}c_{ж}} \beta_n (h'' - h); \\ \frac{dh}{dH} &= \frac{a_{\alpha}}{G_n} \beta_n (h'' - h).\end{aligned}\quad (8.31)$$

Системы уравнений (8.29), (8.31) решают совместно с уравнениями влагосодержания или энтальпии насыщенного воздуха. Полагают, что на поверхности раздела между водой и влажным воздухом существует термодинамическое равновесие, тогда величины x'' , h'' определяются температурой наружной поверхности пленки жидкости, т. е. x'' , $h'' = f(t_{ж})$.

Большинство задач расчетов тепломассообмена в воздушно-водяных контактных теплообменных аппаратах сводится к интегрированию систем уравнений (8.29), (8.31) и вычислению интеграла уравнения (8.30). В связи с нелинейностью перечисленных уравнений интегрирование их может быть осуществлено численными методами; непосредственно проинтегрировать можно только уравнение (8.30), определив число единиц переноса

$$N_h = z c_{ж} \int_{t_{ж1}}^{t_{ж2}} \frac{dt_{ж}}{h''(t_{ж}) - h(t_{ж})}, \quad (8.32)$$

где $h(t_{ж})$ — уравнение рабочей линии в h - t -диаграмме влажного воздуха, $h(t_{ж}) = (h_1 - z c_{ж1} t_{ж1}) + z c_{ж1} t_{ж}$.

В работе [4] задача определения средних коэффициентов тепло- и массоотдачи либо чисел единиц переноса массы поставлена следующим образом: при известном виде дифференциальных уравнений на основании имеющихся измерений зависимых переменных, являющихся функциями режимных параметров, необходимо оценить коэффициенты дифференциальных уравнений таким образом, чтобы эти уравнения адекватно описывали процесс. Постановка задачи в общем виде сформулирована в § 5.6; рассмотрим один из методов ее решения.

Используя численные методы поиска экстремума, можно найти минимум квадратичного функционала $F(\mathbf{a})$ (5.89). Найденный таким образом вектор \mathbf{a}^* является оценкой точных значений \mathbf{a} . Для нахождения минимума функционалов вида (5.89) часто применяют различные модификации метода линеаризации. В соответствии с этим методом искомый вектор \mathbf{a} определяется выражением

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^l \lambda_j \Delta \mathbf{a}_j, \quad (8.33)$$

где \mathbf{a}_0 — вектор начального приближения; $\Delta \mathbf{a}_j$ — вектор поправки на j -й итерации; λ_j — шаг в направлении $\Delta \mathbf{a}_j$; l — число проведенных итераций.

Вектор $\Delta \mathbf{a}$ на каждой итерации определяется из решения системы линейных уравнений

$$\Delta \mathbf{a} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (8.34)$$

Здесь \mathbf{Y} — вектор отклонений,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{x}(H) - \int_0^H \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t) dt. \quad (8.35)$$

Матрица \mathbf{X} представляет собой матрицу размерности $n \times m$, элементы которой — частные производные функций $f_r(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t)$ по параметрам,

$$X_{rm} = \frac{\partial f_r(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t)}{\partial a_m}. \quad (8.36)$$

Матрица \mathbf{M}^{-1} — матрица, обратная информационной матрице Фишера,

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-2} \mathbf{X} \mathbf{X}^T. \quad (8.37)$$

Вектор \mathbf{Y} , матрицы \mathbf{M}^{-1} и \mathbf{X} рассчитываются по значению вектора \mathbf{a} , полученному на предыдущей итерации.

Для предотвращения расходимости и выбора оптимального шага λ может быть применена процедура [9], в соответствии с которой для ограничения максимального изменения параметров на каждой итерации λ выбирается из условия

$$\lambda = \min \left\{ 1, \min \left| \frac{b_m}{\Delta a_m} \right| \right\}, \quad (8.38)$$

где b_m — ограничивающие числа по каждому параметру.

Конкретизируем вид уравнений, входящих в систему (5.88), рассматривая в качестве модели совместного тепломассопереноса систему уравнений (8.29):

$$\begin{aligned} \frac{dt_{ж}}{dH} &= \frac{a_1}{z c_{ж}} [a_2 c_p (t_{ж} - t_a) + r(x'' - x)]; \\ \frac{dt_a}{dH} &= \frac{a_1}{c_p} (t_{ж} - t_a) [a_2 c_p - c_n (x'' - x)]; \\ \frac{dx}{dH} &= a_1 (x'' - x), \end{aligned} \quad (8.39)$$

где $a_1 = N_x^*/H$, $a_2 = Le^*$.

Уравнения (8.39) следуют из (8.29) при использовании выражений $\beta_x = N_x \frac{G_n}{F}$; $Le = \frac{\alpha}{\beta_x c_p}$.

По описанному алгоритму определены параметры N_x^* и Le^* на основе данных, приведенных в табл. 8.3 [4]. Метод линеаризации обладал высокой скоростью сходимости, для нахождения минимума функционала (5.89) требовалось 3—5 итераций. С помощью величин N_x^* и Le^* вычислены средние коэффициенты тепло- и массоотдачи α и β_x , которые использованы ниже для обобщения экспериментальных данных в виде уравнений подобия.

Таблица 8.3

Характеристики условий опытов				
Тип насадки, форма канала	Высота, м	Эквивалентный диаметр, мм	Материал	Диапазон Re
Синусоидальная	1	3,26—4,37	Нержавеющая сталь	150—2000
С вертикальными гофрами	1	7,14	Латунь	440—2000
	1	3,60	Мипласт	300—1000
С горизонтальными гофрами	2,8	30—90	Волнистые асбестоцементные листы	6500—15 300
Сотовая	0,96—2,79	20,8	Стеклоткань	9000

На рис. 8.3 в качестве примера приведены рассчитанные по (8.39) профили температур по длине аппарата.

В большинстве работ, посвященных вопросам массообмена при испарении и совместного тепло- и массообмена, дается качественная оценка процесса на основе анализа дифференциальных уравнений ламинарного пограничного слоя и граничных условий либо количественная в виде эмпирических уравнений, опи-

сывающих отдельно тепло- или массообмен и устанавливающих обычно связь между безразмерными числами и критериями подобия. Особенностью процесса является влияние поперечных потоков вещества на профили температур, а следовательно, на коэффициенты теплоотдачи и гидродинамические условия, что вызывает изменение коэффициентов трения и массоотдачи. Влияние теплообмена на перенос массы и количества движения вызывается изменением свойств в зависимости от температуры.

Влияние диффузионного потока различного направления на профили скоростей и парциальных давлений проанализировано в работе [85]. На основании численных расчетов для ламинарного пограничного слоя на плоской пластине получено приближенное уравнение

$$\frac{Nu_{д}}{Nu_{д0}} = \left(A_p \ln \frac{A_p}{A_p - 1} \right)^n, \quad (8.40)$$

где A_p — отношение разностей парциальных давлений, $A_p = \frac{p - p_w}{p_\infty - p_w}$; $n = 1,4$ при $\infty > A_p > 1$; $n = 1,22$ при $0 > A_p > -\infty$.

Величина $Nu_{д0}$ при $A_p = \pm \infty$ определяется выражением.

$$Nu_{д0} = 0,664 \frac{p}{p - p_w} Re^{0,5} Pr_d^{0,333}$$

для $0 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$; $0,5 \leq Pr_d < \infty$.

Существенным является вопрос о подобии между теплообменом и массообменом при испарении. Обычно полагают, что при факторе проницаемости $B < 0,1$ наблюдается аналогия между совместно протекающими процессами тепло- и массообмена малой интенсивности и теплообменом без массообмена. Этот вывод сделан на основе относительной близости данных по испарению и вдуву с некоторыми теоретическими решениями для турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности при $Pr = Pr_d$ и соответствует выводу, полученному в работе [4] при турбулентном течении газа в каналах, образованных волнистыми листами.

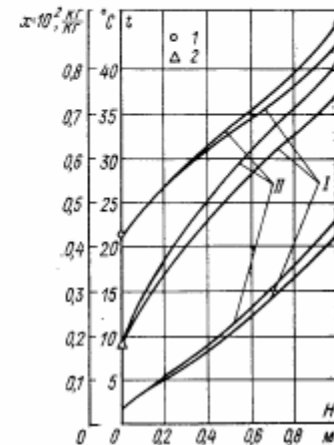


Рис. 8.3. Расчетные профили температур и влагосодержаний: 1 — при начальном приближении; 2 — после оценки параметров; 1 — вода; 2 — воздух, измеренные значения температур

В работе [4] при $Pr = Pr_d$ получено

$$Nu' = Nu_d(1 - x_w), \quad (8.41)$$

где

$$Nu' = \frac{qdc_p}{(h_w - h_\infty)\lambda}; \quad Nu_d = \frac{jd}{\rho(x_w - x_\infty)D}.$$

При переходе к интегральным характеристикам, поскольку

$$\overline{Nu}' = \frac{Re Pr}{a_0 h_h}, \quad \text{а} \quad \overline{Nu}_d = \frac{Re Pr_d}{a_0 h_x},$$

получим

$$\frac{\overline{Nu}'}{(1 - x_w) \overline{Nu}_d} = \frac{h_x}{(1 - x_w) h_h} \frac{Pr}{Pr_d}. \quad (8.42)$$

Так как из уравнений переноса импульса, массы и тепла при равенстве теплового и диффузионного чисел Прандтля, некоторых допущениях и подобии граничных условий следует подобие полей энтальпий и концентраций, то основанием для предположения о нарушении аналогии между тепло- и массопереносом является не значение соотношения Льюиса, а значение комплекса (8.42).

Зависимость комплекса (8.42) от числа Re_x (рис. 8.4) показывает, что при ламинарном обтекании газом волнистой пленки жидкости в каналах малых эквивалентных диаметров и $Pr \neq Pr_d$ количественная аналогия между тепло- и массопереносом не соблюдается.

В результате анализа дифференциальных уравнений переноса, описывающих массообмен при испарении, в работе [84] получено

$$Nu_d(1 - x_w) = f(Re_x, Pr_d, B, \rho_w/\rho_\infty, l), \quad (8.43)$$

где $B = \frac{x_w - x_\infty}{1 - x_w}$; x — концентрация.

Обобщение опытных данных по испарению жидкостей с горизонтальной поверхности в диапазоне $B = 0,03 \div 36,1$; $Re_x = 845 \div 15100$; $Pr_d = 0,22 \div 1,21$ привело к зависимости

$$Nu_d(1 - x_w) = 0,41 Re_x^{0,67} Pr_d^{0,5} (1 + B)^{-0,79} (\rho_w/\rho_\infty)^{-0,07}. \quad (8.44)$$

Обобщение данных по тепломассообмену в процессе испарительного охлаждения выполнено в работе [5] на основе данных табл. 8.4 в виде зависимостей для описания массообмена

$$h_x, Nu_d = f(Re, Pr_x, B, z, l_1, l_2, \dots) \quad (8.45)$$

и теплообмена в газовой фазе

$$Nu = f(Re, Pr, z, l_1, l_2, \dots). \quad (8.46)$$

Величины $A_p, B, 1 - x_w$ лежат в пределах соответственно от $-41,1$ до $-21,8$; $0,0164 - 0,0314$; $0,951 - 0,965$, т. е. влияние поперечного потока вещества на массообмен, а также компенсирующего конвективного потока может не учитываться. Числа Pr_d и Pr воздуха в условиях экспериментов изменялись в пределах $0,635 \div 0,631$; $0,718 \div 0,701$.

Положительные результаты, полученные при использовании величин C и θ/d_s в качестве геометрических факторов уравнения (6.36), позволили ввести их в уравнения для расчета тепло- и массообмена. Получено:

$$h_h = d_s a_0 Re^{a_1} z^{a_2} \left(\frac{\theta}{d_s}\right)^{a_3} C^{a_4}, \quad (8.47)$$

$$Nu_d, Nu = a_0 Re^{a_1} z^{a_2} \left(\frac{\theta}{d_s}\right)^{a_3} C^{a_4}. \quad (8.48)$$

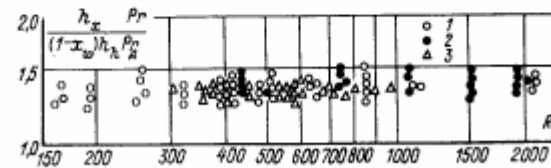


Рис. 8.4. Зависимость комплекса (8.42) от числа Re_x
1 — синусоидальная насадка; 2 — гофрированная насадка; 3 — прямоугольная насадка из кипляста

Диапазон независимых переменных уравнений (8.47), (8.48): $Re = 180 \div 2000$; $z = 0,45 \div 3,0$; $\theta/d_s = 0,0052 \div 0,0125$; $C = 50 \div 83$.

Оценки параметров a_i уравнений (8.47), (8.48), индивидуальные 95 %-ные доверительные интервалы для a_i и средние относительные отклонения M приведены в табл. 8.4. Доверительные интервалы вычислены по выражению (6.38).

Таблица 8.4
Параметры уравнений (8.47), (8.48) и их индивидуальные доверительные интервалы

Определяемая величина	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	M
$h_h \cdot 10^{-3}$	2,8848	0,3302	0,0189	1,7876	0,7156	0,1154
$Nu_d \cdot 10^4$	$\pm 1,6993$	$\pm 0,0677$	$\pm 0,0572$	$\pm 0,1435$	$\pm 0,1070$	0,1279
$Nu \cdot 10^4$	0,4559	0,6742	0,0081	-1,9161	-0,8559	0,1787
	$\pm 0,3336$	$\pm 0,0621$	$\pm 0,0470$	$\pm 0,2262$	$\pm 0,2746$	
	1,3435	0,7058	-0,0918	-2,1137	-1,2436	
	$\pm 1,3038$	$\pm 0,0862$	$\pm 0,0567$	$\pm 0,3561$	$\pm 0,4154$	

Так как температура жидкости на поверхности раздела $t_{ж}''$ не равна ее средней температуре, вместо (8.30) следует записать

$$dq = \beta_h^0 (h_w - h) = \alpha_{ж} (t_{ж} - t_{ж}''). \quad (8.49)$$

Полагая $h'' = mt_{ж}$, $t_{ж} = h''/m$, $t_{ж}'' = h_w/m$, получим

$$dq = \frac{\alpha_{ж}}{m} (h'' - h_w). \quad (8.50)$$

Принятая в выражениях (8.30), (8.49), (8.50) разность энтальпий имеет вид

$$h'' - h = h'' - h_w + h_w - h, \quad (8.51)$$

откуда следует, что

$$\frac{1}{\beta_h} = \frac{m}{\alpha_{ж}} + \frac{1}{\beta_h^0} \quad (8.52)$$

либо

$$h_h = \frac{m}{\alpha_{ж}} \cdot \frac{G_h}{G_{ж}} h_{ж} + h_h^0. \quad (8.53)$$

Уравнения (8.52), (8.53) аналогичны уравнениям аддитивности диффузионных сопротивлений в фазах в моделях массопереноса при ректификации (см. § 5.1).

Если в качестве движущей силы массопереноса рассматривать разность влагосодержаний, получим

$$dq = \alpha^0 (t_{ж}'' - t_h) + r\beta_x^0 (x_w - x) = \alpha_{ж} (t_{ж} - t_{ж}''). \quad (8.54)$$

Из (8.54) следует, что

$$t_{ж}'' = \frac{\alpha_{ж} t_{ж} + \alpha^0 t_h - r\beta_x^0 [x^* (t_{ж}'') - x]}{\alpha_0 + \alpha_{ж}}. \quad (8.55)$$

Так как

$$dj = \beta_x (x^* - x) = \beta_x^0 (x_w - x), \quad (8.56)$$

то

$$\beta_x = \beta_x^0 \frac{x_w - x}{x^* - x}. \quad (8.57)$$

Аналогично

$$\alpha = \alpha^0 \frac{t_{ж}'' - t_h}{t_{ж} - t_h}. \quad (8.58)$$

Равенства (8.57), (8.58) связывают общие коэффициенты тепло- и массоотдачи α , β_x с частными α^0 , β_x^0 ; нетрудно видеть, что при $\alpha^0 \rightarrow \infty$ их значения совпадают.

Выражения (8.55) — (8.58) позволяют достаточно строго сформулировать и решить задачу определения фазовых коэф-

фициентов в условиях теплообмена в жидкой фазе и совместного тепломассопереноса в газовой фазе. Оценки неизвестных параметров могут быть найдены минимизацией квадратичного функционала (5.89) при использовании системы (8.29) совместно с выражениями (8.55) — (8.58) как математической модели процесса.

Аналогично (5.96), (5.97) для чисел Nu , Nu_d , $Nu_{ж}$ получим

$$Nu_d = a_1 Re^a Pr_x^{0.333} [1 - \exp(-a_3 \bar{Y})]; \quad (8.59)$$

$$Nu = a_4 Re^a Pr^{0.333} [1 - \exp(-a_5 \bar{Y})]; \quad (8.60)$$

$$Nu_{ж} = a_7 Re_{ж}^{a_7} [1 - \exp(-a_9 \bar{X})]. \quad (8.61)$$

Параметры a_1 — a_9 уравнений (8.59) — (8.61) определены на основе опытных данных, полученных на насадке с вертикальными гофрами (табл. 8.3). Оптимальные значения параметров составили: $a_1 = 5,193 \cdot 10^{-2}$; $a_2 = 0,509$; $a_3 = 33,917$; $a_4 = 9,846 \cdot 10^{-2}$; $a_5 = 0,517$; $a_6 = 33,882$; $a_7 = 0,429$; $a_8 = 0,138$; $a_9 = 0,202$.

В табл. 8.5 приведены типичные результаты интегрирования системы (8.29), иллюстрирующие изменение некоторых величин по длине аппарата, а также изменение доли сопротивления тепломассопереносу в жидкой фазе. Доля термического сопро-

Таблица 8.5

Расчетные профили температуры и переменные уравнений (8.59) — (8.61)

H , м	$t_{ж}$, °C	t_h , °C	Re_r	$Re_{ж}$	Nu_d	Nu	$Nu_{ж}$	C , %
Экспериментальный режим № 11								
0,01	21,7	10,6	782	17,3	22,30	47,62	0,952	7,88
0,02	24,2	15,0	773	18,2	9,17	19,58	0,689	4,84
0,06	26,6	18,8	765	19,2	4,18	8,91	0,646	2,56
0,14	29,0	22,3	758	20,3	2,21	4,72	0,650	1,47
0,28	31,5	25,5	752	21,3	1,55	3,31	0,654	1,12
0,46	34,0	28,5	746	22,5	1,35	2,88	0,659	1,06
0,62	36,2	30,8	742	23,5	1,30	2,77	0,663	1,09
0,80	38,8	33,3	737	24,6	1,28	2,73	0,667	1,15
1,00	41,9	36,2	732	26,2	1,27	2,70	0,673	1,21
Экспериментальный режим № 20								
0,01	22,1	10,1	1590	35,1	64,07	137,65	2,024	13,02
0,02	24,9	15,1	1569	37,6	31,88	68,44	1,271	11,30
0,04	27,1	18,8	1553	39,4	17,20	36,91	0,923	9,13
0,08	29,9	22,9	1537	42,0	8,23	17,66	0,752	5,97
0,18	33,0	26,9	1521	44,7	4,24	9,09	0,725	3,58
0,32	35,6	29,8	1510	47,2	2,88	6,17	0,730	2,65
0,52	38,5	32,8	1499	48,8	2,26	4,84	0,735	2,25
0,68	40,7	34,8	1491	52,0	2,06	4,40	0,740	2,17
0,88	43,6	37,2	1484	54,7	1,93	4,13	0,745	2,18
1,00	45,4	38,7	1477	56,6	1,88	4,03	0,748	2,21

тивления пленки жидкости в общем сопротивлении теплопереносу на входных участках не превышала, как правило, 15 %, а на участках стабилизированного течения находилась в пределах от 0,6 % ($Re_{ж}=10$) до 2,5 % ($Re_{ж}=70$). Описанная модель процесса предсказывает минимум термического сопротивления пленки в области начала стабилизированного течения.

Таким образом, в рассмотренных условиях процесса основное сопротивление теплопереносу сосредоточено в газовой фазе; исключение составляет участок стабилизации течения, где теплообмен существенно интенсифицируется.

8.4. Оптимизация аппаратов испарительного охлаждения

Конкретную задачу оптимизации теплообменного аппарата либо установки в целом можно сформулировать следующим образом

$$\min \{f(\mathbf{x}) \mid g(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0\}, \quad \mathbf{x} \in Q \subset \mathbf{R}^n, \quad (8.62)$$

где $f(\mathbf{x})$, $g(\mathbf{x})$, $h(\mathbf{x})$ — нелинейные функции \mathbf{x} .

При решении прикладных задач в постановке (8.62) вычисление производных затруднительно, поэтому целесообразно применение методов поиска экстремума, основанных на прямом сопоставлении значений целевой функции, и методов, в которых вычисление градиента осуществляется приближенно вычислением значений функции в дополнительных точках (см., например, [80]). Термин «прямой», примененный к алгоритму математического программирования, означает также метод, который приводит к оптимальному решению посредством последовательности улучшаемых допустимых решений. Одним из достоинств прямого подхода является возможность прервать вычисления до того, как получено оптимальное решение, и использовать наилучшее из полученных решений как приближенное.

Для решения общей задачи нелинейного программирования (8.62) был реализован эвристический алгоритм, основанный на симплекс-методе Нелдера и Мида. При безусловной минимизации $f(\mathbf{x})$ перемещение в \mathbf{R}^n может привести к нарушению ограничений. Следуя работе [91], введем критерий допустимости Φ , определяемый выражением

$$\Phi_r = \min \left\{ \Phi_{r-1}, (n+1)^{-1} \sum_{i=1}^{n+1} \|b_i - c\| \right\}, \quad (8.63)$$

где b_i — вектор координат i -й вершины симплекса (многогранника в пространстве \mathbf{R}^n); c — вектор координат центра тяжести симплекса; r — номер итерации.

Тогда задача (8.62) на каждом этапе поиска заменяется следующей:

$$\min \{f(\mathbf{x}) \mid \Phi - \left(\sum_i \mu_i g_i^2(\mathbf{x}) + \sum_i h_i^2(\mathbf{x}) \right)^{1/2} \geq 0\}; \quad (8.64)$$

$$\mu_i = 1, \text{ если } g_i(\mathbf{x}) < 0; \quad \mu_i = 0, \text{ если } g_i(\mathbf{x}) \geq 0.$$

Обозначим \mathbf{x}^* вектор, соответствующий минимуму $f(\mathbf{x})$.

Величина Φ , выбираемая в соответствии с выражением (8.63), выполняет следующие функции [91]: во-первых, она является критерием допустимости для нарушенных ограничений и, во-вторых, используется как критерий сходимости для принятия решения об окончании поиска. После окончания поиска выполняются неравенства

$$f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{x}^* \pm \epsilon); \quad (8.65)$$

$$\left[\sum_i h_i^2(\mathbf{x}) + \sum_i \mu_i g_i^2(\mathbf{x}) \right]^{1/2} \leq \epsilon. \quad (8.66)$$

Помимо выполнения неравенства (8.66) показателями окончания поиска экстремума могут служить: значение минимизируемой функции, число проведенных итераций, поведение функции и критерия допустимости на каждой итерации. Во избежание повторений вычислений следует ввести дополнительное прерывание итерационного процесса после выполнения заданного максимального допустимого числа итераций, не приводящих к уменьшению Φ , т. е. при выполнении условия

$$r = r_{\max}, \quad \Phi_r \geq \Phi_{r-1}, \quad (8.67)$$

а если целевая функция — экономический критерий оптимальности, то

$$\text{entier } f(\mathbf{x}_r) = \text{entier } f(\mathbf{x}_{r-1, i}) \quad i = 1, 2, \dots, n+1. \quad (8.68)$$

В современных методах оптимизации последовательное улучшение решения должно возникать в результате диалога постановщика задачи и ЭВМ. Так как точка минимума может оказаться на границе области определения исследуемой функции, а точное задание границ области до начала оптимизации обычно невозможно, целесообразны попытки улучшения решения за счет изменения границ. Поэтому следует предусмотреть изменение границ, определяемых неравенствами $g(\mathbf{x})$; точности нахождения экстремума ϵ , уточнение начального приближения \mathbf{x}_0 в режиме диалога человек — ЭВМ.

Рассмотрим результаты применения алгоритма к задаче оптимизации пленочной вентиляторной градирни при следующих исходных данных: тепловой нагрузке Q , температуре поступающей воды $t_{ж2}$, условиях окружающей среды p , $t_{в1}$, $t_{м1}$ (температура по сухому и мокрому термометру).

Конкретизируем вид уравнений, входящих в (8.62). Независимые переменные задачи z , w , $t_{м1}$. Целевая функция

$$f(\mathbf{x}) : K = f(z, w, t_{м1}). \quad (8.69)$$

Ограничения типа равенств

$$h_1(\mathbf{x}) : \Delta p - (a_0 + a_1 V + a_2 V^2) = 0, \quad m = 1. \quad (8.70)$$

Ограничения типа неравенств

$$\begin{aligned}
 g_1(x) &: z_{\max} - z \geq 0; \\
 g_2(x) &: z - z_{\min} \geq 0; \\
 g_3(x) &: w_{\max} - w \geq 0; \\
 g_4(x) &: w - w_{\min} \geq 0; \\
 g_5(x) &: H_{\max} - H \geq 0; \\
 g_6(x) &: \Delta p_{\max} - \Delta p_{\min} \geq 0; \\
 g_7(x) &: q_{\max} - q \geq 0; \\
 g_8(x) &: q - q_{\min} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 8.
 \end{aligned}
 \tag{8.71}$$

Число степеней свободы $n - m = 2$. Ограничение (8.70) означает равенство сопротивлений аппарата напору вентилятора. Рассмотрим численный пример. Рассчитана градирица при следующих основных исходных данных: $Q = 580$ кВт, $t_{ж2} = 40$ °С, $t_{в1} = 18,5$ °С, $t_{в2} = 23,1$ °С (условия г. Москвы). Поиск минимума функции (8.69) был прекращен при выполнении условия (8.68) после 15 шагов. Результаты расчета таковы:

Нагрузка по жидкости $G_{ж}$, м ³ /ч	40,5
Расход воздуха $V_{в}$, м ³ /ч	29 960
Плотность орошения q , м ³ /(м ² ·ч)	15,56
Размеры аппарата:	
площадь поперечного сечения f , м ²	2,6
размер стороны B , м	1,6
высота насадки H , м	0,285
Гидравлические характеристики:	
$Re_{г}$	836
$Re_{ж}$	26,6
Коэффициенты сопротивления:	
градири ζ	17,290
насадки λ	0,282
Сопротивления, Па:	
градири $\Delta p_{г}$	218
насадки $\Delta p_{н}$	110
Экономические характеристики:	
затраты на корпус и насадку K_1 , руб	624
капитальные затраты K , руб.	923
эксплуатационные расходы \mathcal{E} , руб/год	1172
Значения ограничений:	
$h(x)$	0,0677
$g_1(x) - g_6(x)$	0
$g_7(x)$	0,558
$g_8(x)$	0

Различные начальные приближения приводили к одинаковому по существу результатам. При замене нелинейного равенства $h_1(x)$ ограничениями вида $g_5(x): \Delta p_{\max} - \Delta p \geq 0$; $g_{10}(x): \Delta p - \Delta p_{\min} \geq 0$ время вычислений уменьшилось в 2—3 раза.

Приведем некоторые уравнения и зависимости, используемые при расчетах. Минимальное сопротивление насадки огра-

нивается условием равномерного растекания потока воздуха по сечению градири [20].

$$\Delta p_{\min} = 0,5 \rho w^2 \zeta_{\min} \tag{8.72}$$

Сопротивление градири без насадки может быть определено как сумма сопротивлений ее элементов

$$\Delta p = 0,5 \rho w^2 \sum_{i=1}^8 \zeta_i \tag{8.73}$$

Коэффициент сопротивления градири без насадки и водоводителя на основе данных, полученных при испытании типовых аппаратов, представлен в виде

$$\zeta = a_0 (f_{ок}/f)^2 + a_1 f_{ок}/f + a_2 + (0,1 + 0,025q) l, \tag{8.74}$$

где $f_{ок}/f$ — отношение площади входных окон к площади поперечного сечения градири; q — плотность орошения, м³/(м²·ч); l — расстояние от верхней кромки входных окон до низа насадки.

Значения $a_0 - a_2$ для градири трех типов приведены в табл. 8.6.

Таблица 8.6

Коэффициенты уравнения (8.74)			
Тип градири	a_0	a_1	a_2
Отдельно стоящая с конфузуром и диффузором	94,3	-148,1	65,8
Квадратная секционная	110,9	-173,8	76,5
Прямоугольная секционная	129,2	-200,0	86,3

Интегрирование уравнения для определения числа единиц переноса (8.32) осуществляется по методу Гаусса. Высота насадочной части аппарата H вычисляется по уравнению (8.47), коэффициент сопротивления — по (6.37).

Капитальные расходы на градирию могут быть определены по формуле

$$K = 99,14 + \sum_{i=1}^2 K_i + 0,0018 G_{ж} \Delta p_{н} + 0,04 G_{ж} \Delta p_{г} \tag{8.75}$$

Анализ затрат на вентиляторные градири с металлическими сварным каркасом и корпусом и на типовые градири показал, что эти затраты могут быть связаны с размерами насадочной части. Для вычисления ΣK получено выражение

$$\sum_{i=1}^2 K_i = a_1 + a_2 B_1 B^2 H + a_3 B_1 B^2, \tag{8.76}$$

где B — размер стороны градири (меньшей), м; B_1 — отноше-

ние сторон градири $B_1 \geq 1$, $a_1 - a_3$ — константы, характеризующие данную конструкцию.

Для вычисления эксплуатационных затрат на градирию получено выражение

$$\Theta = 0,179K + (5,04 \cdot 10^{-8} G_{\text{в}} \Delta p_{\text{в}} \tau_2 + 3 \cdot 10^{-8} G_{\text{ж}} \Delta p_{\text{п}} \tau_1) C_3 + 1,6 \cdot 10^{-8} G_{\text{ж}} \tau_2 \quad (8.77)$$

Здесь $\Delta p_{\text{в}}$ — напор вентилятора; $\Delta p_{\text{п}}$ — напор насоса для воды; τ_1 , τ_2 — число часов работы насоса и вентилятора в течение года.

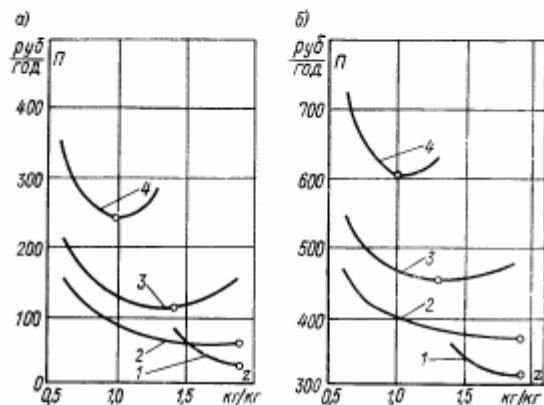


Рис. 8.5. Зависимость P от Z при различных перепадах температуры воды $\Delta t_{\text{ж}}$: а — без учета, б — с учетом стоимости насосов и затрат на перекачку воды
1 — $\Delta t_{\text{ж}} = 5$ К; 2 — $\Delta t_{\text{ж}} = 10$ К; 3 — $\Delta t_{\text{ж}} = 15$ К; 4 — $\Delta t_{\text{ж}} = 20$ К

Численные значения коэффициентов уравнений (8.75), (8.77) получены на основе анализа затрат на осевые вентиляторы серии МЦ и центробежные насосы общего назначения.

Влияние ряда переменных на критерий оптимальности проанализировано на рис. 8.6—8.8.

На рис. 8.5 приведены результаты расчетов градири с гидравлической нагрузкой $10 \text{ м}^3/\text{ч}$ при $t_{\text{ж}2} = 45^\circ\text{C}$, $t_{\text{ж}1} = 18,5^\circ\text{C}$, $t_{\text{в}1} = 23,1^\circ\text{C}$, $\Delta p_{\text{max}} = 0,196 \text{ кПа}$ и синусоидальной насадкой.

При малых перепадах температуры воды $\Delta t_{\text{ж}}$ величина P слабо зависит от Z ; с увеличением $\Delta t_{\text{ж}}$ минимум целевой функции выражается более четко. С ростом минимальной плотности орошения q_{min} приведенные затраты увеличиваются, несмотря на уменьшение поперечного сечения аппарата (рис. 8.6). Это объясняется ростом его аэродинамического со-

противления и, следовательно, доли эксплуатационных затрат.

Рис. 8.7 дает представление о влиянии перепадов температуры на показатель P_{min} , соответствующий оптимальным для данных условий вариантам градири.

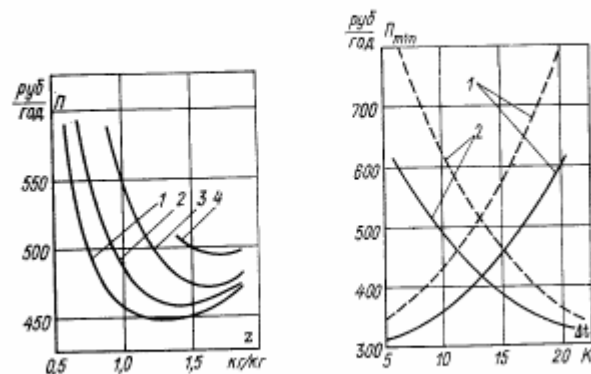


Рис. 8.6. Зависимость P от Z при различной минимальной плотности орошения q , $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$
1 — $q = 7,5$; 2 — $q = 10$; 3 — $q = 12,5$; 4 — $q = 15$

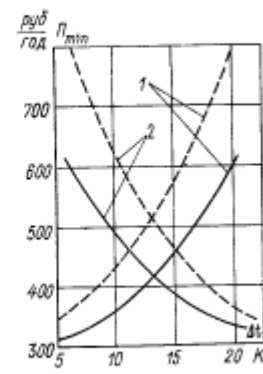
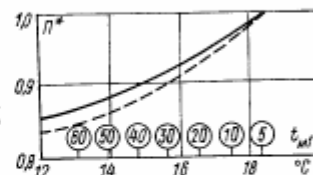


Рис. 8.7. Зависимость P_{min} от разностей температур
1 — $t_{\text{ж}2} - t_{\text{ж}1}$; 2 — $t_{\text{ж}1} - t_{\text{в}1}$; — градири из алюминия; - - - градири из нержавеющей стали

Обычно не рекомендуется рассчитывать градирию на наиболее высокие температуры наружного воздуха, наблюдаемые в течение непродолжительного времени. Расчеты, выполненные применительно к условиям Москвы, показали, что за счет опти-

Рис. 8.8. Зависимость $P^* = P_{\text{min}}/P_{\text{min}5}$ от $t_{\text{в}1}$
 $P_{\text{min}5}$ — показатель оптимальности для наиболее тяжелых условий; в кружках — число дней в году, соответствующее указанной $t_{\text{в}1}$



мизации удается спроектировать градирию так, что минимальные приведенные затраты P_{min} для соседних расчетных зон отличаются незначительно (рис. 8.8.).

В связи с многообразием исходных данных, определяемых климатическими условиями, нельзя рекомендовать один конкретный режим работы в качестве оптимального. Наилучший режим работы и тип контактного устройства для заданных

условий работы могут быть определены в результате оптимизации на ЭВМ.

Опыт вычислений показал, что описанный алгоритм позволяет реализовать прямой подход к оптимизации достаточно сложных технических устройств, получить экономически обоснованные проектные решения, сократить общие затраты времени на подготовку и решение задач оптимизации тепломассообменных аппаратов и их систем.