

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО- И МАССООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Под моделированием понимается как решение традиционной обратной задачи, заключающейся в определении выходных переменных при заданной геометрии и площади поверхности, так и решение более общей задачи, состоящей в адекватном описании аппаратов, позволяющем рассчитывать их как элементы сложной системы и выполнить оптимизацию системы в целом.

Основным типом моделей, описывающих стационарные процессы переноса с распределенными параметрами, являются обыкновенные дифференциальные уравнения. Построение моделей, как правило, состояло из следующих основных этапов:

выбор структуры модели из физических соображений;

реализация модели на ЭВМ;

определение параметров модели;

использование модели при решении конкретных прикладных задач.

2.1. Моделирование теплообменных аппаратов криогенных гелиевых установок

Система дифференциальных уравнений, описывающая одномерную задачу стационарного теплообмена в двухпоточном теплообменнике, имеет вид,

$$dh_1 / dF = K / G_1 \Delta t;$$

$$dh_2 / dF = K / G_2 \Delta t, \quad (2.1)$$

где $\Delta t = t(h_2) - t(h_1)$; индексы: 1 - холодный (обратный); 2 - теплый (прямой) потоки. Граничное условие системы (2.1): при $F=0$ $h_1(0) = h_1^0$, $h_2(0) = h_2^0$. Система уравнений (2.1) решается совместно с выражением $K(t_1, t_2, F)$.

Если один из теплообменивающихся потоков движется в трубке диаметром d , то с учетом $dF = \pi d dl$ из (2.1) следует,

$$\begin{aligned} dh_1 / dl &= \pi dK / G_1 \Delta t; \\ dh_2 / dl &= \pi dK / G_2 \Delta t. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В связи с нелинейностью систем (2.1), (2.2) их интегрирование может быть выполнено только численными методами. При моделировании противоточного теплообменника необходимо решать краевую задачу для системы вида (2.2), так как температуры поступающих потоков задаются в разных сечениях аппарата. Решение нелинейной краевой задачи - итерационный процесс, включающий многократное интегрирование исходной системы. Поэтому применен комплексный подход, имеющий достоинства численного и аналитического решений.

В случае $K=const$ и $c_p=const$ для решения задачи моделирования целесообразно использовать соотношение между эффективностью теплообменника ε и числом единиц переноса тепла NTU.

Для противоточного теплообменника эффективность выражается уравнением [33]

$$\varepsilon = \{1 - \exp[-NTU(1-w_0)]\} / \{1 - w_0 \exp[-NTU(1-w_0)]\}, \quad (2.3)$$

где

$$NTU = KF / w_{min}; \quad w_0 = w_{min} / w_{max}; \quad w = Gc_p;$$

$$w_{min} = \min\{w_1, w_2\}; \quad w_{max} = \max\{w_1, w_2\}.$$

Выражение (2.3), формально справедливое при $K=const$ и $c_p=const$, удобно применить и при переменных коэффициентах теплопередачи и теплоемкостях потоков. Для этого следует определить их средние интегральные значения,

$$\bar{K} = 1 / L \int_0^L K(l) dL; \quad (2.4)$$

$$\bar{c} = 1 / L \int_0^L c(l) dL. \quad (2.5)$$

Поскольку в витых теплообменных аппаратах, наиболее распространенных в КС, не реализуется „чистый“ противоток, для которого справедлива зависимость (2.3), а также вследствие использования величин (2.4), (2.5), определим приведенную поверхность \bar{F} , которая может быть вычислена по формулам:

$$\bar{F} = NTU w_{min} / K, \quad (2.6)$$

где

$$NTU = [\ln(1 - \varepsilon) - \ln(1 - \varepsilon w_0)] / (w_0 - 1); \quad (2.7)$$

$$\varepsilon = w_1 (t_1^F - t_1^0) / [w_{min} (t_2^F - t_1^0)]. \quad (2.8)$$

В первом алгоритме осуществляется интегрирование уравнений (2.2) методом прогноза-коррекции, обеспечивающего заданную точность при постоянном шаге интегрирования, вычисление интегралов (2.4), (2.5) - методом Симпсона и величины \bar{F} - по формулам (2.6)-(2.8).

Погрешность в определении разности температур на холодном конце двухпоточных теплообменников приводит к быстрому росту температур при интегрировании уравнений модели и, следовательно, к ошибочным значениям среднеинтегральных характеристик теплообменника \bar{K} , c_{p1} , c_{p2} и приведенной поверхности \bar{F} . Поэтому в реализованной подпрограмме разность температур $t_2^0 - t_1^0$ автоматически уменьшается до тех пор, пока не выполнится неравенство $t_2^F - t_1^F \leq 7$ К.

При моделировании системы в зависимости от направления расчета возможны следующие варианты:

1) известны температуры потоков на холодном конце теплообменника t_1^0 и t_2^0 . В этом случае на теплом конце

$$t_2^F = (w_2 t_2^0 - \varepsilon w_{min} t_1^0) / (w_2 - \varepsilon w_{min}); \quad (2.9)$$

$$t_1^F = [\varepsilon w_{min} (t_2^F - t_1^0) + w_1 t_1^0] / w_1; \quad (2.10)$$

2) известны температуры потоков на теплом конце аппарата t_2^F, t_1^F . Тогда

$$t_1^0 = (\varepsilon w_{min} t_2^F - w_1 t_1^F) / (\varepsilon w_{min} - w_1); \quad (2.11)$$

$$t_2^0 = [w_2 t_2^F - w_{min}(t_2^F - t_1^0)] / w_2; \quad (2.12)$$

3) известны температуры входящих потоков t_2^F, t_1^0 . Тогда

$$t_1^F = t_1^0 + \varepsilon w_{min} (t_2^F - t_1^0) / w_1; \quad (2.13)$$

$$t_2^0 = t_2^F - \varepsilon w_{min} (t_2^F - t_1^0) / w_2. \quad (2.14)$$

Вычисления показали, что использование приведенной поверхности \bar{F} вместо действительной F в выражении (2.3) позволяет распространить аналитическое решение на случай переменных величин K, c_p и реальных витых теплообменных аппаратов.

Второй алгоритм основан на выражениях (2.9) - (2.14). Для расчета величин ε и w в этих формулах используются среднеинтегральные \bar{K}, \bar{c}_p , а также приведенная поверхность \bar{F} , определенные ранее.

В третьем алгоритме осуществляется численное интегрирование системы (2.2) от холодного конца аппарата к теплomu либо от теплого к холодному с определением температур потоков на противоположном конце. Этот алгоритм следует использовать для моделирования "нижних" теплообменников КС.

Проектный расчет теплообменника всегда включает определение потерь давления теплообменивающихся потоков. На потери давления накладываются ограничения, зависящие от схемы установки и конструктивных особенностей аппарата. Так как коэффициенты теплоотдачи и потери давления возрастают при увеличении скорости потока, величина допустимого гидравлического сопротивления является основным ограничением при увеличении интенсивности теплообмена.

В связи с необходимостью оптимального проектирования теплообменников КС рассмотрим вопрос о числе степеней свободы и выборе оптимизирующих переменных. Функционирование двухпоточного теплообменника характеризуется следующими информационными переменными: конструктивным типом аппарата A , поверхностью теплообмена F , массовыми расходами теплого G_h и холодного G_c потоков, температурами теплого T_{h1} , T_{h2} и холодного T_{c1} , T_{c2} потоков на входе и выходе теплообменника.

В случае трубчатых теплообменников тип A и поверхность F определяются числом слоев навивки Z , а также диаметром, длиной и числом труб n , т.е. число информационных переменных $M = 10$.

Математическая модель теплообменника (2.1) включает три информационные связи, $N = 3$, поэтому число степеней свободы $L = M - N = 7$. В соответствии с условиями функционирования теплообменника в составе КС, регламентированными являются расходы G_h , G_c , две из четырех температур T_{h1} , T_{h2} , T_{c1} , T_{c2} , тогда $L = 7 - 4 = 3$. Следовательно, при наличии ограничений на гидравлические сопротивления типа равенств и известной зависимости распределения труб по слоям $n = f(Z)$, число оптимизирующих переменных $L = 0$. Замена одного из равенств в ограничениях неравенством оставляет одну степень свободы для оптимизации теплообменника.

Проектный расчет теплообменников КС (четвертый алгоритм) осуществляется по расходам, температурам, давлениям потоков и допустимым максимальным гидравлическим сопротивлениям потоков, известным в результате параметрической оптимизации технологической схемы.

Геометрические характеристики аппарата из оребренных труб рассчитываются в специальной подпрограмме по значению одного из управляющих параметров, позволяющего выбрать информацию из матрицы, в которую помещены характеристики стандартных теплообменных поверхностей. Здесь же осуществляется распределение труб по слоям навивки по формуле

$$n_j = \text{floor}(D_j / D_1 + 0.5) + n_1 - 1, \quad j = 2, 3, \dots, Z,$$

где D - диаметр слоя; n - число труб; индексы: 1 - первый слой; j - текущий слой; $n_1 = 4$. Тогда общее число труб в теплообменнике $N = \sum n_j$.

Число слоев навивки Z^* определяется решением уравнения

$$\Delta p_1 - \Delta p_1(Z) = 0,$$

где Δp - гидравлическое сопротивление. Поскольку Z принимает только целочисленные значения, достаточно эффективный способ решения - деление интервала пополам, которое обеспечивает локализацию Z на отрезке, не превосходящем $\delta = 1$, вычислением около

$$\log_2 [(Z_{max} - Z_{min}) / \delta]$$

значений функции Δp в разных точках. Здесь Δp_1 - допустимое, $\Delta p_1(Z)$ - расчетное сопротивление обратного потока. Если в решении Z_1^* получено $\Delta p_2(Z_1^*) > \Delta p_2$, решается уравнение

$$\Delta p_2 - \Delta p_2(Z) = 0,$$

где в качестве левой границы интервала принимается Z_1^* , индекс 2 - прямой поток.

Длина трубок теплообменника L при текущем значении числа слоев навивки Z определяется численным интегрированием системы уравнений (2.2). Интегрирование осуществляется от холодного конца аппарата к теплomu и прекращается при достижении заданных температур на теплом конце, переменные коэффициенты вычисляются на каждом шаге.

Тогда в решении Z выполнены неравенства

$$\Delta p_1(Z_2^*) \leq \Delta p_1, \quad \Delta p_2(Z_2^*) \leq \Delta p_2,$$

определены длина труб L , число труб N и наиболее строго учтены нелинейные эффекты - зависимости всех переменных коэффициентов модели от температур. Перебор номеров труб в таблице геометри-

ческих характеристик оребренных поверхностей дает возможность оптимизировать аппараты по массе или стоимости навивки.

Система дифференциальных уравнений, описывающая трехпоточный теплообменник с параллельной навивкой труб, получена в виде

$$\begin{aligned} dh_1 / dl &= \pi d K_{12}' / G_1 \Delta t_1; \\ dh_{2'} / dl &= \pi d K_{12}' / G_2' \Delta t_1; \\ dh_3 / dl &= \pi d K_{32}' / G_3 \Delta t_2; \\ dh_{2''} / dl &= \pi d K_{32}'' / G_2'' \Delta t_2. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Здесь внутри части труб движется первый прямой поток (дроссельный), в остальных - второй поток (детандерный), в межтрубном пространстве - обратный поток; G' и G'' - доли обратного потока, взаимодействующие с двумя прямыми;

$$\Delta t_1 = t(h_1) - t(h_{2'}); \quad \Delta t_2 = t(h_3) - t(h_{2''});$$

индексы: 1 - дроссельный, 2 - обратный, 3 - детандерный потоки.

Алгоритмы моделирования теплообменников этого типа реализованы следующим образом. В первом алгоритме интегрируется система (2.15) с граничным условием $h_1(0) = h_1^0$, $h_3(0) = h_3^0$, $h_{2'}(0) = h_{2''}(0) = h_2^0$, то есть от холодного конца к теплomu. Так как на теплом конце выполняется равенство $h_{2'}(F) = h_{2''}(F)$, для определения долей обратного потока решается уравнение,

$$G_2' = [t_2(F) - t_2''(F)]c + G_2'' \quad (2.16)$$

где c - постоянный коэффициент.

Применение метода Вегстейна позволило находить величины G_2' , G_2'' , обеспечивающие значение $abs[t_2(F) - t_2''(F)] \leq 0,5$ за 3 - 5 итераций. В результате определяются поля температур по длине аппарата и величины (2.4) - (2.6) для дроссельной и детандерной секций.

При расчете системы используется второй алгоритм, в котором моделирование трехпоточного теплообменника осуществляется на основе решения уравнения

$$t_{2'}(F) - t_{2''}(F) = 0. \quad (2.17)$$

Выражение (2.17) означает близость или совпадение температур долей холодного потока на выходе (входе) из аппарата. Величины $t_{2'}(F)$ и $t_{2''}(F)$ определяются по выражениям (2.9) - (2.12), чем трехпоточный теплообменник приводится к двум двухпоточным. Для решения уравнения (2.17) применен метод деления интервала пополам.

Моделирование рефрижераторных КРР установки КГУ-250/4,5 (рис. 2.1) показало, что если расчет системы выполняется „сверху вниз“ по технологической схеме, в трехпоточном теплообменнике разность температур дроссельного потока t_1^F и доли обратного потока $t_2'^F$ слишком мала для правильного определения температур на холодном конце. В реальном теплообменнике, поскольку температуры дроссельного t_1^F и детандерного потока t_3^F не равны и $t_2'^F > t_2''^F$ то при значении разности этих температур около 0,1 К результаты расчета приближаются к экспериментальным.

Проектный расчет трехпоточных теплообменников (третий алгоритм) осуществляется по расходам, температурам, давлениям потоков и допустимым гидравлическим сопротивлениям, известным в результате оптимизации технологической схемы.

Определение числа слоев навивки трехпоточного теплообменника осуществляется по тому же алгоритму, что и двухпоточного. Для распределения труб между двумя прямыми потоками используется выражение

$$N_1 = N / \{1 + \sqrt{[(\Delta p_1 / \Delta p_3)(G_3 / G_1)^{1,75} (p_1 / p_3)]}\}. \quad (2.18)$$

В подпрограмме, моделирующей трехпоточный теплообменник (четвертый алгоритм), осуществляются следующие вычисления:

решение уравнения $\sum_{j=1}^4 \Delta t_j(L) = 0$ методом деления интервала пополам, где Δt_j - разность между расчетными и заданными температурами j -го потока на теплом конце теплообменника;

решение уравнения (2.16) при текущих значениях L методом Вегстейна;

численное интегрирование системы (2.15) при текущих значениях G_2' и G_2'' с расчетом всех коэффициентов на каждом шаге интегрирования.

Тогда в решении в результате трех циклов вложенных итераций по переменным Z , L , G_2' достаточно строго и с учетом нелинейностей определены все геометрические характеристики теплообменника, а его сопротивления по прямым и обратному потокам не превышают предельные значения.

Таблица 2.1
Расчетные характеристики теплообменников КГУ-250/4,5

Номер (рис.2.3)	$F_2, \text{ м}^2$	$\bar{F}_2, \text{ м}^2$	$K, \text{ кВт}/(\text{м}^2 \text{ К})$	$\bar{c}_{p2}, \text{ кДж}/(\text{кгК})$	$\bar{c}_{p1}, \text{ кДж}/(\text{кгК})$
1	14,780	14,832	0,626	5,200	5,194
2	5,326	5,238	0,783	5,243	5,197
3	1,051	1,053	0,843	5,293	5,202
4-a	2,272	1,912	0,740	5,527	5,227
4-b	7,296	6,441	0,593	5,386	5,227
5	1,297	1,292	0,904	6,581	5,395
6	0,786	1,430	1,673	5,796	5,582
7	0,511	2,966	1,735	10,350	7,720

Расчетные характеристики теплообменников установки типа КГУ-250/4,5 (рис.2.1) в одном из экспериментальных рефрижераторных режимов приведены в табл.2.1. Коэффициенты теплоотдачи в витых теплообменниках из труб, оребренных проволокой, рассчитывались по зависимостям работы [55]. На рис. 2.2. показаны кривые, полученные в результате интегрирования систем (2.2), (2.15), иллюстрирующие характер изменения температур и коэффициентов теплоотдачи по длине теплообменников 4, 6, 7. Нелинейный профиль коэффициента теплопередачи, имеющий экстремум в области весьма

низких температур, подчеркивает целесообразность применения разработанного подхода.

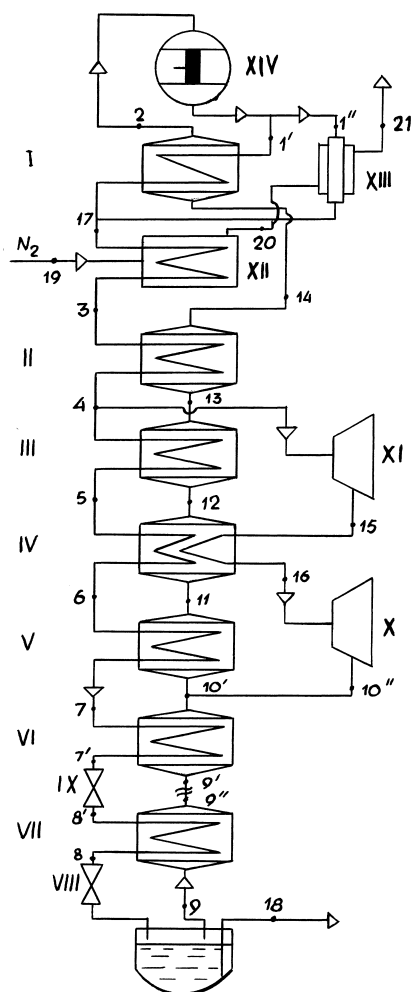


Рис.2.1. Схема криогенной гелиевой установки:

1-VII- гелиевые теплообменники; VIII, IX-дрессели, X,XI-турбодетандеры; XII-азотная ванна; XIII-азотно-гелиевый теплообменник; XIV – компрессор

2.2. Обобщенные уравнения теплоотдачи в аппаратах с произвольной конфигурацией каналов

При моделировании теплообменников целесообразно использовать обобщенные уравнения, применимые в максимально широком диапазоне изменения геометрических характеристик поверхностей теплообмена. Отвечающие этому требованию уравнения получены на основе использования принципа единства механизмов переноса количества движения и энергии.

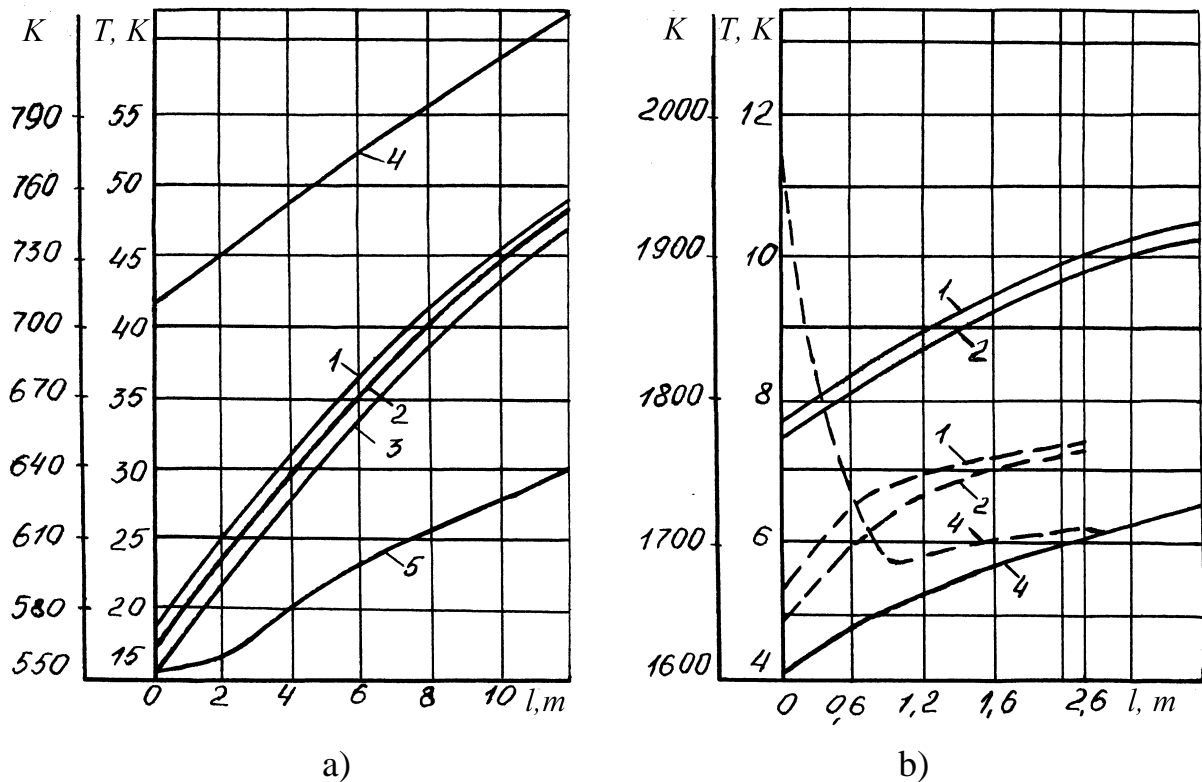


Рис.2.2. Расчетные профили температур по длине аппаратов:

а) - теплообменник IV; б) - теплообменники VI- _____, VII- _ _ _ _; 1- температура прямого потока, 2 - температура обратного потока, 3-температура детандерного потока; 4-коэффициент теплоотдачи прямой поток - обратный поток, 5- -коэффициент теплоотдачи детандерный поток - обратный поток

Наиболее общая связь интенсивности теплообмена с гидравлическим сопротивлением, полученная на основе аналогии Рейнольдса, и справедливая для всех ламинарных пограничных слоев, имеет вид [67]

$$Nu = 0,5 f Re F(x / d_e, Pr) \tag{2.19}$$

либо

$$St = 0,5 f / Pr F(x / d_e, Pr), \tag{2.20}$$

где f - фактор трения Фаннинга, $f = \lambda / 4$.

Конкретное решение поставленной задачи для ламинарных и турбулентных течений в каналах произвольных конфигураций можно получить непосредственной аппроксимацией опытных и аналитических значений безразмерных форм коэффициентов теплопередачи

и трения. Например, связь между теоретическими значениями чисел Стантона и коэффициентами сопротивления при ламинарном течении с полностью стабилизированными профилями скорости и температуры и постоянной плотности теплового потока выражена эмпирической зависимостью

$$St = (a_1 f + a_2 / Re) / Pr, \quad (2.21)$$

где $a_1 = 0,4797$; $a_2 = -3,3204$.

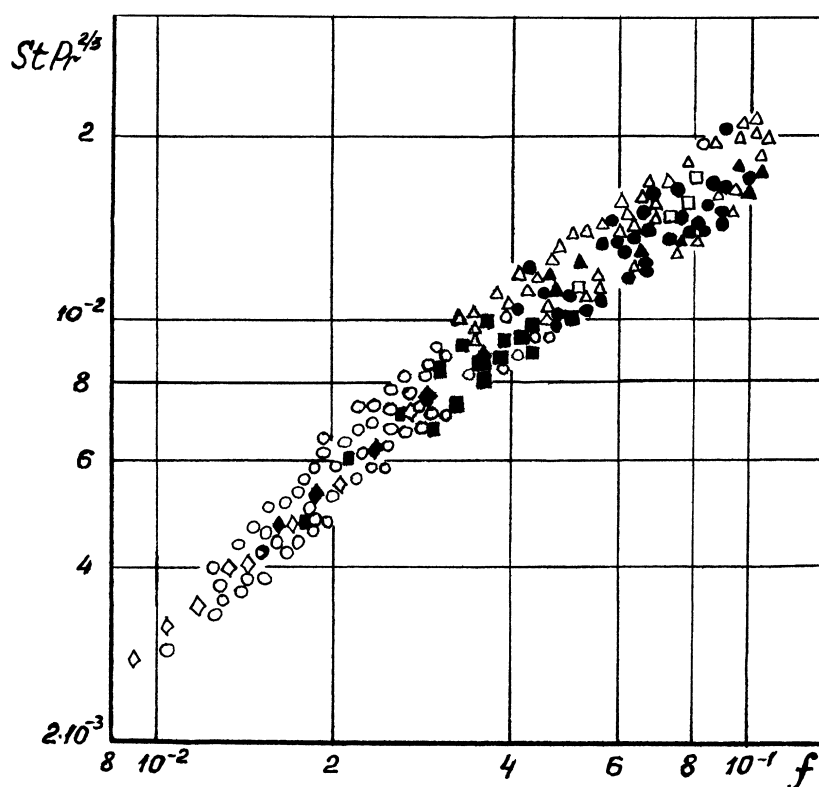


Рис 2.3. Зависимость комплекса $St Pr^{2/3}$ от фактора трения f при ламинарном течении потока для поверхностей теплообмена: круглая, плоская трубы; пластинчато-ребристые поверхности; поперечное обтекание оребренных труб

Наиболее полные из известных в литературе данные монографии [33] о теплоотдаче 53 вариантов 8 типов теплообменных поверхностей были использованы для получения обобщенных уравнений. Зависимость комплекса $St Pr^{2/3}$ от фактора трения при ламинарном течении по данным [33] показана на рис.2.3.

Приведенной зависимости соответствует уравнение вида

$$St Pr^{2/3} = a_1 f^{a_2}. \quad (Re = 200 - 12000) \quad (2.22)$$

В турбулентном режиме

$$\text{St Pr}^{2/3} = a_1 f^{a_2} \text{Re}^{a_3}. \quad (\text{Re} = 3000 - 115000) \quad (2.23)$$

Значения коэффициентов $a_1 - a_3$, найденные обобщением опытных данных, и значения средних относительных отклонений приведены в табл.2.2. Уравнения (2.22), (2.23) обеспечивают достаточно высокое качество аппроксимации данных по теплообмену и трению, позволяют рассчитывать теплообменники с произвольной конфигурацией каналов, а также дают возможность существенно уменьшить объем экспериментов при исследовании аппаратов с теплообменными поверхностями новых типов.

Таблица 2.2

Коэффициенты уравнений (2.21), (2.22)

Номер уравн.	a_1	a_2	a_3	M
(2.21)	0,11693	0,77234	-	0,0854
(2.22)	0,11414	0,53000	-0,1133	0,0799

2.3. Моделирование и оптимизация испарителей-газификаторов криогенных жидкостей

Наиболее экономичным способом испарения криопродуктов является использование теплоты окружающей среды, позволяющее экономить 75-90% затрат энергии на газификацию. Испарители с развитым оребрением наружной поверхности, омываемой атмосферным воздухом (рис.2.4) представляют собой змеевики из многослойных труб высокого давления с высокими продольными ребрами, в которых криопродукт газифицируется при подогреве атмосферным воздухом, подаваемом вентилятором.

Одномерная модель трубчатого ИВД представлена в виде змеевика, все элементы которого расположены в одной плоскости. Выходные температуры каждого предыдущего элемента являются входными температурами последующих. В соседних элементах направления движения газифицируемого продукта и воздуха чередуются как

противоток и прямоток. При большом числе элементов (30-50) перепад температур по длине каждого элемента относительно невелик, поэтому для моделирования аппарата можно использовать аналитические выражения вида (2.13), (2.14).

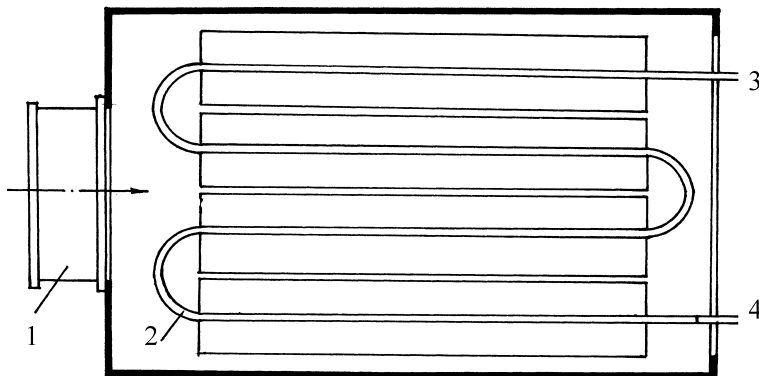


Рис.2.4. Схема испарителя с продольным оребрением: 1-вентилятор; 2-испаритель криопродукта в виде змеевика с высокими продольными ребрами; 3 – вход криопродукта в первую панель; 4 – выход криопродукта из последней панели

Расчет аппарата при заданном расходе воздуха G осуществляется последовательно для всех элементов в направлении движения криопродукта по аналитическим выражениям для противотока и прямотока. Массовый расход воздуха в ИВД определяется численным решением уравнения

$$\Delta p_e(G_a) - \Delta p_v(G_a) = 0, \quad (2.24)$$

при расчете Δp_e учитывается инееобразование на оребренных поверхностях, вызывающее рост гидравлического сопротивления аппарата. Здесь индексы: a - воздух, V - вентилятор.

В подпрограмме расчета эффективности ребер предусмотрено определение эффективности продольных ребер прямоугольного и трапецевидного профилей, радиальных ребер прямоугольного и гиперболического профилей и ребер типа „снежинка“ в приближении Харпера-Брауна на основе зависимостей [27]. Вычисление модифицированных функций Бесселя $I(x)$, $K(x)$, необходимых для расчета эффективности ребер, выполняется с помощью аппроксимации элементарными функциями.

Теплоотдача продольно обтекаемых пучков труб с высокими ребрами рассчитывается по обобщенной зависимости (2.22), (2.23). Условный коэффициент теплоотдачи влажного воздуха учитывает тепломассообмен, термические сопротивления слоя инея и контакта ребер с трубками.

Для моделирования ИВД с учетом инееобразования необходимо определять температуру поверхности, на которой оседает иней. В одномерном приближении в качестве этой величины принята среднеинтегральная температура ребра в данном сечении, которая рассчитывается в специальной подпрограмме.

Экспериментальные исследования рабочих характеристик трубчатых ИВД с продольным оребрением выполнены на испытательных стендах лаборатории В.М. Брауна. Наибольший интерес для проверки адекватности разработанных моделей представили испытания, проведенные в режиме с температурой воздуха 293,4 К, относительной влажностью 0,67, температурой поступающего азота 100 К при давлении 15 МПа и расходе 0,068 кг/с. Расчетные значения температуры газифицируемого продукта на выходе из элементов аппарата удовлетворительно согласуются с экспериментальными (рис.2.5). Следует также отметить, что число элементов, покрытых слоем инея, у действительного аппарата совпало с расчетным значением.

Зависимости температур кислорода от времени на выходе ИВД с 36 и 30 оребренными элементами сопоставлены на рис. 2.6. Анализ результатов моделирования ИВД с 36 оребренными элементами показывает, что поверхность аппарата несколько завышена, а шаг панелей недостаточен. Это приводит к относительно быстрой забивке аппарата инеем и, следовательно, невозможности его достаточно длительной эксплуатации на номинальном расходе криопродукта.

Можно сделать парадоксальный вывод о том, что при нестационарном режиме работы аппарата, вызванном образованием слоя инея, увеличение площади поверхности теплообмена снижает среднюю эффективность теплообменника

$$\bar{\varepsilon} = 1 / \tau \int_0^{\tau} \varepsilon(\tau) d\tau,$$

приводит к росту эксплуатационных затрат. Вариантные расчеты ИВД с уменьшенным числом элементов и увеличенным шагом панелей показали возможность снижения поверхности аппарата на 17 - 33%.

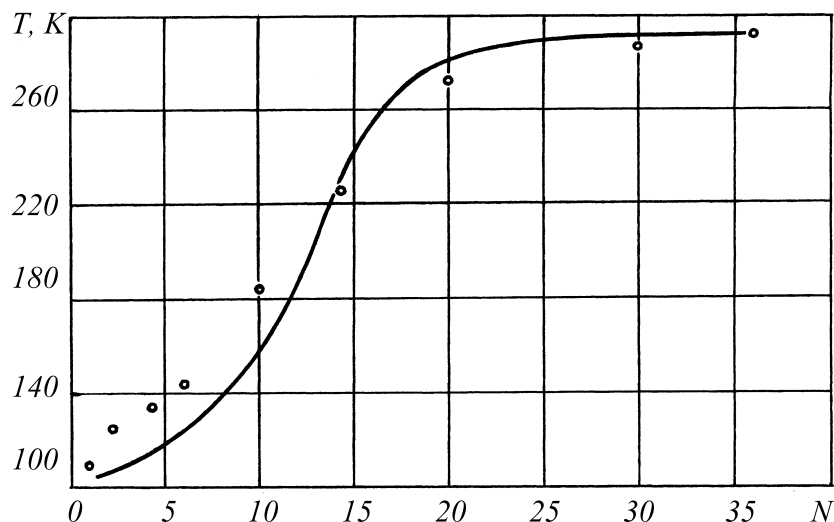


Рис.2.5. Расчетные и экспериментальные распределения температур по элементам ИВД через 2,5 часа

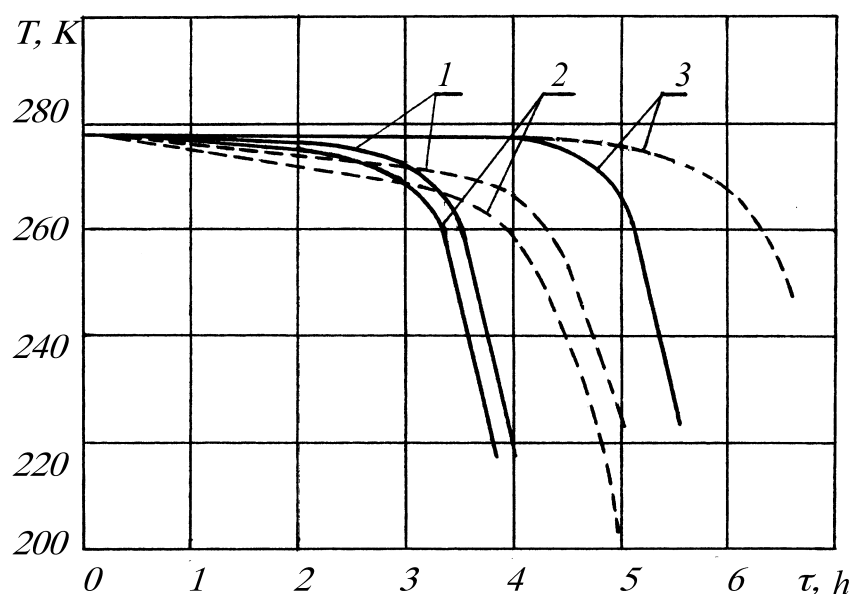


Рис.2.6. Изменение температуры криопродукта на выходе ИВД во времени в режимах: 1 - с номинальным расходом, 2 - увеличенным расходом; 3 - уменьшенным расходом; — $N=35$; ---- $N=30$

Расчет процесса образования слоя инея

Наличие инея вносит существенные изменения в условия работы поверхностей теплообмена: увеличивается шероховатость, уменьшается живое сечение для воздуха, иней изолирует поверхность. При принудительном движении воздуха иней, состоящий из отдельных кристаллов, покрывает вначале наиболее холодную часть ребристого элемента - поверхность трубы, затем поверхность ребер от их основания к вершине. Кристаллы инея играют роль дополнительной теплообменной поверхности и турбулизуют поток воздуха вследствие шероховатости поверхности. Шероховатость поверхности зависит от времени. В начальной стадии процесса образования инея, когда кристаллы растут в основном вверх, шероховатость увеличивается. Затем, когда начинают перекрываться промежутки между кристаллами, шероховатость уменьшается.

Изменение во времени теплопритока вследствие отложения инея зависит от температуры стенки, скорости и влажности воздуха. Изоляционные свойства инея сказываются в тем большей степени, чем больше влажность входящего воздуха. При невысокой разности температур изолирующему свойству инея противостоит увеличение коэффициентов тепло- и массоотдачи вследствие шероховатости инея и повышения скорости воздуха из-за уменьшения площади поперечного сечения. При больших перепадах температур между потоком воздуха и стенкой накопление инея приводит к падению интенсивности теплопереноса.

С вертикальных стенок иней периодически опадает. В результате этого толщина слоя инея уменьшается, а температура его поверхности понижается. Освободившееся место становится центром последующего быстрого накопления инея. Цикличность процесса опадания обуславливает беспорядочное изменение температуры отдельных участков поверхности. Опадание характерно для ранних стадий образования инея, особенно на поверхностях с криогенными температурами. В дальнейшем иней закрепляется на поверхности, толщина слоя инея и температура начинают расти, наблюдаются снижение теплового потока и стабилизация массопереноса.

Температура поверхности инея зависит от того, превосходит ли температура точки росы воздуха температуру тройной точки водяных паров. Если температура точки росы ниже 0°C , то температура поверхности инея стабилизируется на уровне несколько ниже точки

росы. При температуре точки росы выше 0°C температура поверхности инея колеблется около 0°C . При некотором соотношении между термическим сопротивлением слоя инея и термическим сопротивлением пограничного слоя температура поверхности инея колеблется, не достигая 0°C .

В расчетах толщины слоя инея важную роль играет его плотность, зависящая от скорости воздуха и его влажности, а также от температуры поверхности, на которой оседает иней. Данные о влиянии скорости воздуха на плотность оседающего инея настолько неполны, что сделать количественные выводы по литературным источникам практически невозможно.

Плотность инея при увеличении температуры поверхности монотонно возрастает. По данным различных авторов, можно составить весьма приближенную зависимость [38]:

$t, ^{\circ}\text{C}$	- 20	-15	-10	-5
$\rho, \text{кг/м}^3$	70	90	120	200

При продольном обтекании пластины с температурой поверхности 80 K получены значения ρ $148 - 59\text{ кг/м}^3$ в зависимости от скорости воздуха ($4,1 - 13,2\text{ м/с}$) и его влагосодержания ($3,1 - 5,4\text{ г/кг}$) [38].

Относительно распределения плотности инея по толщине нет единой точки зрения. По данным одних авторов плотность инея растет в направлении от поверхности к холодной стенке. По другим данным, распределение плотности носит экстремальный характер. Некоторые авторы считают плотность инея практически постоянной по толщине слоя.

Можно предположить, что распределение плотности по толщине инея определяется взаимным влиянием повышения температуры поверхности новообразующихся слоев инея и массопереноса в направлении от поверхности к холодной стенке.

При разработке алгоритма расчета нестационарного процесса образования слоя инея использованы зависимости и опытные данные работ [28, 38, 77]. Получены новые выражения для определения плотности инея, образующегося на поверхности, коэффициента

паропроводности, создана логика алгоритма определения толщины инея.

Масса влаги, выпадающая за промежуток времени $\Delta\tau$ на поверхности испарителя площадью 1 м^2 , определяется как,

$$\Delta G = \beta (x - x'') \Delta\tau, \quad (2.26)$$

где x и x'' - влагосодержания воздуха, обтекающего поверхность испарителя и насыщенного при температуре поверхности слоя инея; β - коэффициент массопередачи, определяемый как

$$\beta = \alpha / (Le c_p). \quad (2.27)$$

При этом часть выпавшей влаги образует новый слой инея, а остальная влага вследствие диффузии поступает внутрь существовавшего инея и уплотняет его, $\Delta G = \Delta G' + \Delta G''$. Величину $\Delta G''$ можно определить как

$$\Delta G'' = \mu_j (p_j'' - p_{j-1}'') \Delta\tau / \delta_j, \quad (2.28)$$

где j - индекс наружного слоя.

Для стационарного турбулентного потока можно полагать $Le = 1$. Коэффициент теплоотдачи от воздуха к наружной поверхности слоя инея определяется как

$$\alpha = \alpha_0 k \varepsilon, \quad (2.29)$$

где k - степень оребрения, создаваемая слоем инея [28],

$$k = 1,5 - 0,61(\rho - 0,02)^{1/2}; \quad (2.30)$$

α_0 - коэффициент теплоотдачи к поверхности, свободной от инея; ε - коэффициент влаговыпадения; ρ - плотность инея.

Толщина слоя инея, образующегося за время $\Delta\tau$,

$$\delta = \Delta G / \rho_j, \quad (2.31)$$

где ρ - плотность инея, образующегося на поверхности.

По мере образования слоя инея происходит диффузия паров воды внутрь его массы. Степень насыщения различных слоев влагой определяется паропроводностью каждого из слоев и разностью парциальных давлений паров воды на границах выделенных слоев. Количество влаги, поступающей в каждый из слоев и конденсирующейся в нем за время $\Delta\tau$, определяется выражениями:

$$\Delta G_1 = \mu_1 / \delta_1 (p_1'' - p_w'') \Delta\tau, \quad (2.32)$$

$$\Delta G_i = [\mu_i / \delta_i (p_i'' - p_{i-1}'') - \mu_{i-1} / \delta_{i-1} (p_{i-1}'' - p_{i-2}'')] \Delta\tau, \quad (2.33)$$

где μ_1, μ_i - коэффициенты паропроводности слоев инея; δ_1, δ_i - толщины слоев; p_w'', p_1'', p_i'' - парциальные давления паров воды в насыщенном воздухе на поверхности испарителя и на границе соответствующих слоев, i - номер слоя.

Температуры T_1, T_2, \dots, T_n на границах слоев определяются по уравнениям тепловых балансов:

$$\Delta T_1 = T_1 - T_w = q \delta_1 / \lambda_1; \quad (2.34)$$

$$\Delta T_i = T_i - T_{i-1} = q \delta_i / \lambda_i, \quad (2.35)$$

где q - плотность теплового потока через иней, $q = (T_a - T_w) / R$; R -

термическое сопротивление слоя инея, $R = 1 / \alpha + \sum_{i=1}^n \delta_i / \lambda_i$.

Коэффициент теплопроводности слоя инея можно определить по зависимости $\lambda = \rho (\lambda_k / \rho_k)$, где $\lambda_k / \rho_k = 7 \times 10^{-4}$ Вт м² / (кг К) - отношение свойств кристаллов. Это выражение рекомендуется в работе [38] для широких диапазонов скорости и влажности воздуха при температурах охлаждающей поверхности от 0°C до температуры конденсации воздуха.

После определения величин ΔG_i в каждом слое легко уточнить плотности отдельных слоев,

$$\rho_i = (\rho_i \delta_i + \Delta G_i) \rho_i / (\rho_i \delta_i). \quad (2.36)$$

Расчет толщины инея выполняется послойно по следующему алгоритму. Число слоев n , следовательно, число циклов расчета определяется как наименьшее целое число $N \geq 2(\tau + 1)$. Время роста каждого слоя $\Delta\tau = \tau / N$.

В начале каждого цикла расчета по (2.28) определяется масса влаги, образовавшаяся за время $\Delta\tau$, затем по (2.31) - толщина слоя. Далее вычисляется общее термическое сопротивление всего слоя инея, осевшего к данному расчетному моменту времени $\tau_n = n\Delta\tau$, и тепловой поток. По зависимостям (2.34), (2.35) вычисляются температуры на границе каждого из расчетных слоев.

В конце цикла определяется количество влаги, внесенной массопереносом паров воды внутрь массы инея за время роста очередного расчетного слоя (2.32), (2.33) и уточняется плотность всего осевшего инея (2.36). Затем выполняется аналогичный цикл вычислений для следующего по порядку расчетного слоя.

Для определения характеристик инея по описанному алгоритму необходимы выражения для плотности инея, образующегося на поверхности ρ_j , и коэффициентов паропроводности μ . Нахождение соответствующих аналитических выражений представляло самостоятельную задачу, решение которой определяет адекватность модели реальному процессу инеобразования.

Как указывалось выше, плотность инея, образующегося на поверхности, зависит от температуры поверхности и скорости воздуха. Анализ экспериментальных данных работы [77] показал, что связь между ρ , t , w может быть описана зависимостью,

$$\rho_j = a_0 / (1 + a_1 / t^{a_2} w^{a_3}). \quad (2.37)$$

По экспериментальным данным работы [77] в диапазоне $w = 1,147 - 9,176$ м/с ($Re = 4000 - 32000$), $|t| = 5 - 25$ получены значения коэффициентов $a_0 = 0,616$; $a_1 = 0,981$; $a_2 = 0,659$; $a_3 = -1,053$.

Поскольку определялась плотность инея, оседающего на поверхности, использованы опытные данные по толщине слоя инея,

образовавшегося через 0,5 ч и 1 ч. В этом интервале времени масса выпавшей влаги относительно невелика, уплотнения слоев практически нет и можно полагать $G'' = 0$. Значения плотности инея, рассчитанные по формуле (2.37), достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными работ [21, 38, 77], особенно в области криогенных температур.

Коэффициент паропроводности μ можно определить по коэффициенту молекулярной диффузии в порах, $\mu = D\rho_v$. Коэффициент D определяется средней тепловой скоростью движения молекул u и диаметром поры d , $D = 1/3 ud$. Поскольку $u = \sqrt{8RT/(\pi M)}$, коэффициент молекулярной диффузии и температура связаны зависимостью $D \cong T^{0,5}$ [26].

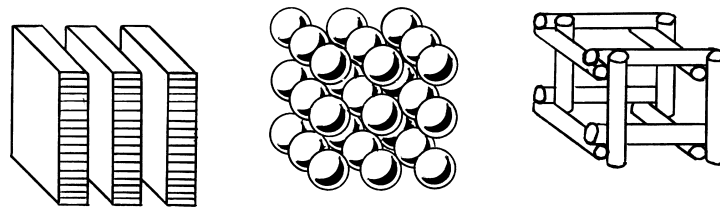


Рис.2.7. Модели двухфазных дисперсных сред

При анализе процессов переноса во внутренней структуре инея рассматривают обычно три модели двухфазных дисперсных сред (рис.2.7) [38]. Оценим размер пор в модели перекрещивающихся цилиндров. Для плотности инея справедливы выражения:

$$\rho = \rho_k \alpha + \rho_a(1 - \alpha); \quad (2.38)$$

$$\rho = \rho_k 12\pi r^2 / a^2 + \rho_a(a^2 - 12\pi r^2) / a^2, \quad (2.39)$$

где α - доля объема, занятая кристаллами льда; a и r - высота и радиус цилиндра соответственно; индекс k - кристаллы льда.

Из (2.38), (2.39) следует $r/a = (\alpha / (12\pi))^{1/2}$ или так как $\rho_a \ll \rho_k$, то,

$$r/a \cong (\rho / \rho_k)^{1/2}. \quad (2.40)$$

Поскольку в этой модели размер пор $d = a - 4r$, то из (2.40) следует $d \cong \rho^{-1/2}$.

С помощью аналогичных выкладок для модели сфер получено

$d \cong \rho^{-1/3}$, а параллельных прослоек $d \cong \rho^{-1}$. Поскольку рассмотренные модели весьма схематичны, можно ожидать, что показатель степени при плотности инея в выражении для коэффициента диффузии находится в пределах от $-1/3$ до -1 . Следовательно, коэффициент диффузии можно определить по формуле

$$D = a_0 \rho^{a_1} T^{0,5}, \quad (2.41)$$

где $a_1 \approx (1/3 - 1)$. Минимизацией квадратичного функционала

$$F(a) = \int_0^{\tau} [\delta(\tau) - \delta(a, \tau)]^2 d\tau,$$

в диапазоне $\tau = 0,5 - 8$ ч получено $a_0 = 1,5966$; $a_1 = -0,4741$.

Согласно обстоятельным исследованиям, выполненным в работе [77], конфигурация холодной поверхности практически не влияет на характер роста слоя инея. Поэтому можно полагать, что данная методика справедлива при любых типах поверхностей испарителей, отличия заключаются в выражениях для коэффициентов теплоотдачи.

2.4. Определение параметров тепломассообменных процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями

Современная технология проектирования тепломассообменных аппаратов требует построения качественно и количественно достоверных моделей процессов переноса. Уравнения, представляющие математические модели процессов, содержат кинетические коэффициенты (коэффициенты тепло- и массоотдачи, высоты единиц переноса), которые в сложных случаях течений в реальных аппаратах определяются на основании экспериментальных данных.

Задача определения кинетических коэффициентов является частным случаем общей проблемы идентификации и оценки параметров, которая формулируется следующим образом: требуется восстановить

оператор с известной структурой и неизвестными коэффициентами (параметрами) на основе информации о функционалах от решения.

Рассмотрим постановку задачи в общем виде [2]. Имеется система дифференциальных уравнений

$$dx / dt = f(x, a, t) \quad (2.42)$$

с известными краевыми условиями $x(0)$ и $x(H)$, где $x(0)$, $x(H)$ - векторы, $f(x, a, t)$ - вектор-функция размерности n , a - вектор неизвестных параметров размерности m .

Оценки неизвестных параметров могут быть найдены путем минимизации квадратичного функционала

$$F(a) = \sum_{r=1}^n \sum_{i=1}^k \zeta_r [x_{ri}(H) - \int_0^H f_{ri}(x, a, t) dt]^2 \sigma_i^{-2}, \quad (2.43)$$

где n - число уравнений; k - число наблюдений; ζ_r - весовые коэффициенты; σ_i^{-2} - дисперсии наблюдений.

Используя методы безусловной оптимизации функций многих переменных, можно найти минимум функционала (2.43) и получить оценку вектора a . При этом становится возможным определение локальных кинетических коэффициентов при известных условиях на входе и выходе аппарата.

Конкретизируем вид уравнений, входящих в систему (2.42). Одномерная задача массообмена при бинарной ректификации описывается системой дифференциальных уравнений

$$dy / dH = [y^*(x) - y] / h_{oy}; \quad (2.44)$$

$$dx / dH = [x - x^*(y)] / h_{ox}.$$

Для интегрирования системы (2.44) с использованием выражений, определяющих общие высоты единиц переноса массы, необходимо знать концентрации на поверхности раздела фаз. Из уравнений массопередачи и массоотдачи в фазах нетрудно получить

$$y_{gr} = h_y [y^*(x) - y] / h_{oy} + y. \quad (2.45)$$

Величина m для выпуклого участка равновесной линии находится в пределах $m_y^{min} - m_y^{max}$, где,

$$m_y^{min} = \{y(x)\}'; \quad (2.46)$$

$$m_y^{max} = [y^*(x) - y] / [x - x^*(y)]. \quad (2.47)$$

Тогда величину y можно найти, решая уравнение (2.45) в интервале m_y^{min}, m_y^{max} , где h_{oy} вычисляется по уравнению аддитивности.

Однако более эффективным в вычислительном плане представляется следующий подход. Общие высоты единиц переноса массы связаны с частными равенствами

$$h_{oy} = h_y (y^* - y) / (y_{gr} - y); \quad (2.48)$$

$$h_{ox} = h_x (x - x^*) / (x - x_{gr}). \quad (2.49)$$

Уравнение, решение которого определяет концентрацию на границе раздела фаз, имеет вид,

$$y_{gr} = h_y [x - x^*(y_{gr})] / h_x + y. \quad (2.50)$$

Использование зависимостей (2.48)-(2.50) позволяет интегрировать уравнения (2.44) без привлечения уравнений аддитивности диффузионных сопротивлений в фазах.

На входе газа в аппарат наблюдается увеличение эффективности массопереноса, которое объясняется наличием гидродинамических и массообменных входных участков. В сечениях, удаленных от входа, высота единицы переноса массы должна асимптотически приближаться к значению, характерному для стабилизированного массопереноса. Указанному изменению эффективности удовлетворяют функции вида:

$$h_y = a_1 d_e \text{Re}_V^a \text{Pr}_V^{0,67} [1 - \exp(-a_5 \bar{Y})]; \quad (2.51)$$

$$h_x = a_3 \delta \text{Re}_L^a \text{Pr}_L^{0,5} [1 - \exp(-a_6 \bar{X})], \quad (2.52)$$

где δ - толщина жидкой пленки, $\delta = 0,9085 \nu \text{Re}_L^{1/3}$; $\bar{Y} = l / (d_e \text{Re}_V)$;
 $\bar{X} = l / (\nu \text{Re}_L)$.

Форма безразмерных переменных \bar{Y} , \bar{X} выбрана аналогично соответствующим выражениям для течения в начальных участках трубы и пленки жидкости [42]. При противотоке предложенная схема учета концевых эффектов требует совпадения начала интегрирования системы (2.44) с нижним сечением аппарата.

Данная методика была применена для определения кинетических характеристик аппаратов пленочного типа при разделении модельной системы метанол-вода и проверена на системе кислород-азот. Массообменные поверхности состояли из установленных на фиксированном расстоянии гофрированных листов, образующих систему вертикальных каналов. Высоты пакетов составляли 0,5; 0,75; 1,0 м, эквивалентный диаметр каналов 5,18; 6,32; 8,06 мм.

В алгоритме решения сформулированной выше задачи минимизацию функционала (2.43) осуществляли симплексным поиском Нелдера и Мида. Систему уравнений (2.44) интегрировали методом Рунге-Кутты-Мерсона. Уравнение (2.50) решали методом Вегстейна. Теплофизические свойства и безразмерные комплексы уравнений (2.51), (2.52) вычисляли при изменении концентрации на 0,03. Поскольку в общем случае функционал (2.43) не является выпуклым, симплексный поиск позволяет найти локальные минимумы в пространстве параметров. Однако различные начальные приближения приводили к одинаковым, по существу, результатам.

Получены следующие значения параметров уравнений (2.51), (2.52): $a_1 = 3,0007$; $a_2 = 0,491$; $a_3 = 6,707$; $a_4 = 0,357$; $a_5 = 30,645$; $a_6 = 0,196$. Значение функционала в точке минимума составило 0,0828. Пределы изменения независимых переменных составляли: $\text{Re}_V = 350 - 1470$; $\text{Re}_L = 9,1 - 44,5$; $\text{Pr}_V = 0,45 - 0,86$; $\text{Pr}_L = 50 - 275$.

Обнаружена следующая закономерность: увеличение нагрузки по пару при определенном соотношении высоты секции и эквивалентного диаметра канала вызывает рост разделительной способности аппарата (рис.2.8).

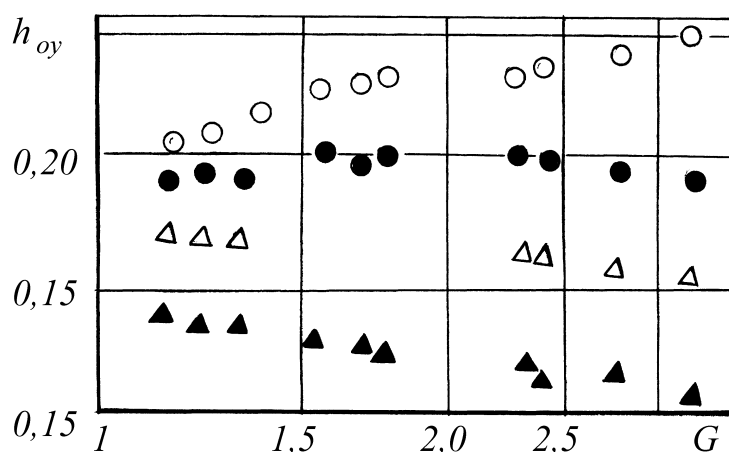


Рис.2.8. Характер зависимости величин h_{oy} от массовой скорости пара для секций высотой 0,17; 0,25; 0,5; 1,0 м

В табл.2.3 приведены типичные результаты интегрирования системы (2.45), иллюстрирующие изменение переменных уравнений (2.44), (2.51), (2.52) по высоте аппарата, а также изменение сопротивления массопереносу в фазах. Здесь $C = (h_{oy} - h_y) / h_{oy}$. Полученные результаты свидетельствуют о том, что в рассмотренных условиях разделения смесей диффузионное сопротивление массопереносу сосредоточено в паровой фазе. Исключение составляет участок стабилизации течения, где массообмен в паровой фазе существенно интенсифицируется.

Таблица 2.3

Расчетные профили концентраций и переменные уравнений (2.51), (2.52)

H	$y = x$	Re_V	Re_L	h_y	h_x	C
0,010	0,255	1142	31,3	0,0221	0,0053	0,1985
0,016	0,329	1148	29,8	0,0340	0,0090	0,1759
0,026	0,404	1156	29,1	0,0514	0,0141	0,1472
0,041	0,474	1163	29,1	0,0757	0,0191	0,1232
0,066	0,548	1171	29,4	0,1108	0,0239	0,0983
0,101	0,612	1180	29,9	0,1514	0,0269	0,0785
0,161	0,682	1191	31,0	0,2045	0,0270	0,0575
0,261	0,754	1204	32,5	0,2618	0,0274	0,0437
0,401	0,817	1220	34,2	0,3043	0,0263	0,0353
0,681	0,892	1244	36,7	0,3337	0,0252	0,0295
1,000	0,939	1261	38,7	0,3385	0,0245	0,0277

Рассмотренный подход к задаче определения кинетических характеристик и сопротивлений в фазах без каких-либо ограничений

может быть применен при иных моделях массопереноса, любых разделяемых смесях и контактных устройствах.

Оценки средних значений кинетических коэффициентов также могут быть найдены минимизацией функционала (2.43). Еще в работе [2] задача определения средних коэффициентов тепло- и массоотдачи была поставлена следующим образом: при известном виде дифференциальных уравнений на основании имеющихся измерений зависимых переменных, являющихся функциями режимных параметров, необходимо оценить коэффициенты дифференциальных уравнений таким образом, чтобы эти уравнения адекватно описывали процесс.

Постановке задачи в общем виде соответствуют выражения (2.42), (2.43); рассмотрим один из методов ее решения. Для нахождения минимума функционалов вида (2.43) часто применяют различные модификации метода линеаризации. В соответствии с этим методом искомый вектор \mathbf{a} определяется из уравнения,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^l \lambda_j \Delta \mathbf{a}_j, \quad (2.53)$$

где \mathbf{a}_0 - вектор начального приближения; $\Delta \mathbf{a}_j$ - вектор поправок на j -ой итерации; λ_j - величина шага в направлении $\Delta \mathbf{a}_j$; l - число проведенных итераций.

Вектор $\Delta \mathbf{a}$ на каждой итерации определяется решением системы линейных уравнений

$$\Delta \mathbf{a} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (2.54)$$

Здесь \mathbf{Y} - вектор отклонений,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{x}(H) - \int_0^H \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t) dt. \quad (2.55)$$

Матрица \mathbf{X} представляет собой матрицу размерности $m \times n$, элементы которой - частные производные функций $f_r(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t)$ по параметрам,

$$X_{r,m} = \partial f_r(\mathbf{x}, \mathbf{a}, t) / \partial a_m. \quad (2.56)$$

Матрица \mathbf{M}^{-1} - матрица, обратная к информационной матрице Фишера

$$M = \sum_{i=1} \sigma_i^{-2} X X^T. \quad (2.57)$$

Вектор Y , матрицы M^{-1} и X рассчитываются по значениям вектора a , полученным на предыдущей итерации.

Таблица 2.4

Характеристика условий проведения опытов

Форма канала	Высота, м	Экв.диам., мм	Материал	Диапазон Re
Синусоидальная	1,0	4,37	Нерж.сталь	200 – 2000
Синусоидальная	1,0	3,26	Нерж.сталь	150 – 1650
Гофрированная	1,0	7,14	Латунь	440 – 2000
Прямоугольная	1,0	3,60	Мипласт	300 – 1000
Гофрированная горизонтально	2,8	30,0-90,0	Волнистые листы	6500 – 15300
Сотовая	2,8	20,8	Стеклоткань	9000

Для предотвращения расходимости и выбора оптимальной величины шага λ может быть применена процедура [7], в соответствии с которой, для ограничения максимальной величины изменения параметров на каждой итерации, величина λ выбирается из условия

$$\lambda = \min \{1, \min | b_m / a_m | \}, \quad (2.58)$$

где b_m - ограничивающие числа по каждому параметру.

Рассмотрим в качестве модели совместного тепломассопереноса систему уравнений

$$\begin{aligned} dt_L / dH &= a_1 [a_2 c_p (t_L - t_a) + r(x'' - x)] / (z c_L); \\ dt_a / dH &= a_1 (t_L - t_a) [a_2 c_p - c_v (x'' - x)] / c_p; \\ dx / dH &= a_1 (x'' - x), \end{aligned} \quad (2.59)$$

где $a_1 = N_x^* / H$; $a_2 = Le^*$; $z = G_1 / G_2$.

По описанному алгоритму определены параметры N_x^* и Le^* на основе данных, приведенных в табл.2.4. Метод линеаризации обладал высокой скоростью сходимости, для нахождения минимума

функционала (2.43) требовалось 3 - 5 итераций (табл.2.5). С помощью величин N_x^* и Le^* вычислены средние коэффициенты тепло- и массоотдачи, которые использованы для обобщения экспериментальных данных в виде уравнений подобия [3].

Таблица 2.5

Поиск минимума в пространстве параметров

№ итерации	Значения параметров N_x^*	Значения параметров Le^*	Значение функционала
0	2,89750	1,00000	19,50403
1	2,85530	1,10000	11,26484
2	2,78164	1,30000	3,11218
3	2,73021	1,49807	0,06283

На рис.2.9 в качестве примера приведены рассчитанные по (2.59) профили температур и влагосодержаний по длине аппарата.

В теории конвективного теплообмена существенным является вопрос о подобии между теплообменом и массообменом при испарении. Обычно полагают, что при факторе проницаемости $B = (x_w - x)/(1 - x_w) < 0,1$ наблюдается аналогия между совместно протекающими процессами тепло- и массообмена малой интенсивности и теплообменом без массообмена. Этот вывод сделан на основе относительной близости данных по испарению и вдуву с некоторыми теоретическими решениями для турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности при $Pr = Pr_d$ и соответствует выводу, полученному в работе [3] при турбулентном течении газа в каналах, образованных волнистыми листами.

В работе [34] при $Pr = Pr_d$ получено

$$Nu' = Nu_d(1 - x_w), \quad (2.60)$$

где $Nu' = qdc_p / [(h_w - h)\lambda]$; $Nu_d = jd / [\rho(x_w - x)D]$.

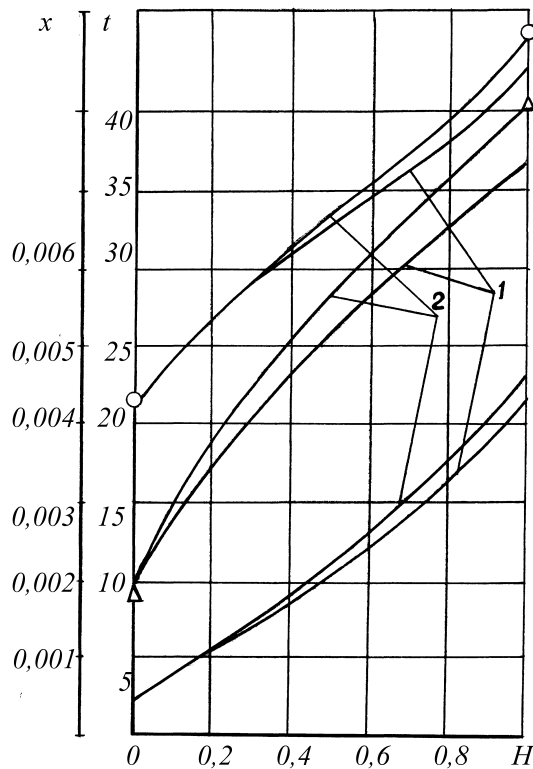


Рис.2.9.Расчетные профили температур и влагосодержаний:
1- при начальном приближении; 2- после оценки параметров

При переходе к интегральным характеристикам, поскольку $Nu' = Re Pr / (a_0 h_h)$; $Nu_d = Re Pr_d / (a_0 h_x)$, получим

$$C = \frac{\overline{Nu} Pr}{(1 - x_w) \overline{Nu}_d} = \frac{h_x}{(1 - x_w) h_h} \frac{Pr}{Pr_d} \quad (2.61)$$

Так как из уравнений переноса импульса, массы и тепла при равенстве теплового и диффузионного чисел Прандтля, некоторых допущениях и подобии граничных условий следует подобие полей энтальпий и концентраций, то основанием для предположения о нарушении аналогии между тепло- и массопереносом является не значение соотношения Льюиса, а комплекса (2.61).

Зависимость комплекса (2.61) от числа Re (рис.2.10) показывает, что при ламинарном обтекании газом волнистой пленки жидкости в каналах малых эквивалентных диаметров и $Pr \neq Pr_d$ количественная аналогия между тепло- и массопереносом не соблюдается.

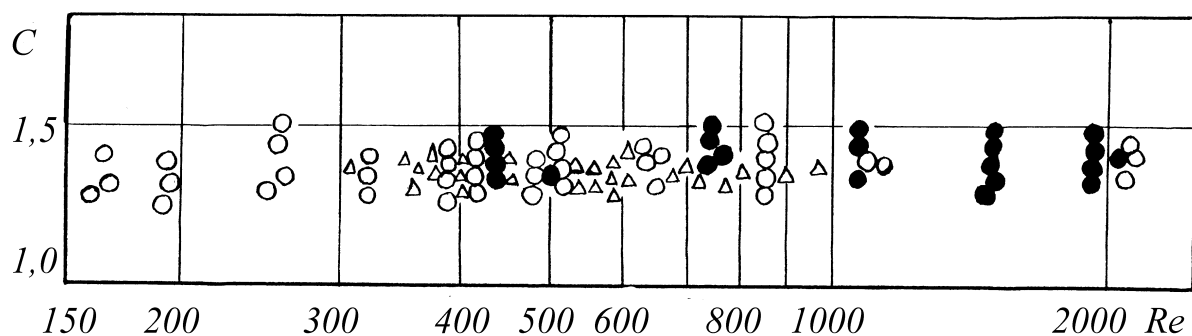


Рис.2.10.Зависимость комплекса (2.61) от числа Re

2.5. Использование элементов теории информации при расчете массообменных аппаратов

Необходимость создания оптимальных ректификационных аппаратов ВРУ требовало дальнейшего совершенствования методов их расчета. В ряде исследований установлено отсутствие пропорциональности плотности потока массы движущим силам массопереноса, выраженным в виде разности концентраций. В этом случае применение традиционных уравнений массопередачи и кинетических коэффициентов не вполне приемлемо. Использование элементов статистической теории информации позволило сформулировать исходные соотношения теории массопередачи на новой методологической основе [12, 54].

Неупорядоченность потоков из двух компонентов определяется следующим образом:

$$i_y = NG_y H_y; \quad (2.62)$$

$$i_x = NG_x H_x, \quad (2.63)$$

где G_y , G_x - расходы газа и жидкости; H_y , H_x - информационные энтропии газа и жидкости; N - число Авогадро.

Выражения для информационной энтропии газа и жидкости имеют вид:

$$H_y = -y \ln y - (1 - y) \ln(1 - y); \quad (2.64)$$

$$H_x = -x \ln x - (1 - x) \ln(1 - x). \quad (2.65)$$

При изменении концентрации пара от y до $y + dy$ или жидкости от x до $x + dx$ изменение неупорядоченности составит:

$$di_y = NG_y dH_y = \beta_y \Delta H_y dF; \quad (2.66)$$

$$di_x = NG_x dH = \beta_x \Delta H_x dF, \quad (2.67)$$

где β_y, β_x - коэффициенты пропорциональности; $\Delta H_y, \Delta H_x$ - движущие силы процесса изменения неупорядоченности.

Этому же изменению концентрации соответствует поток массы:

$$dJ = G_y dy = K_y \Delta y dF; \quad (2.68)$$

$$dJ = G_x dx = K_x \Delta x dF, \quad (2.69)$$

где K_y, K_x - коэффициенты массопередачи; $\Delta y, \Delta x$ - движущие силы массопереноса.

Из (2.64), (2.65) следует:

$$dH_y / dy = \ln[(1 - y) / y]; \quad (2.70)$$

$$dH_x / dx = \ln[(1 - x) / x]. \quad (2.71)$$

Из уравнений (2.66)-(2.71) нетрудно получить:

$$dJ = K'_y \Delta H_y / \ln[(1 - y) / y]; \quad (2.72)$$

$$dJ = K'_x \Delta H_x / \ln[(1 - x) / x], \quad (2.73)$$

где $K'_y = \beta_y / N$; $K'_x = \beta_x / N$.

Поскольку комплексы в правой части уравнений (2.72), (2.73) являются сложными функциями концентраций, можно предположить, что коэффициенты K'_y, K'_x новых уравнений массопередачи не зависят от движущих сил процесса.

Из уравнений (2.66), (2.67) при $G_y = const$ и $G_x = const$ (эквимольярный обмен) с учетом $dF = aFdL$ следует

$$L = \frac{NG_y}{\beta_y af} \int \frac{dH_y}{\Delta H_y} \quad (2.74)$$

либо

$$L = \frac{NG_x}{\beta_x af} \int \frac{dH_x}{\Delta H_x} \quad (2.75)$$

Интегралы в выражениях (2.74), (2.75) можно назвать числами единиц изменения неупорядоченности.

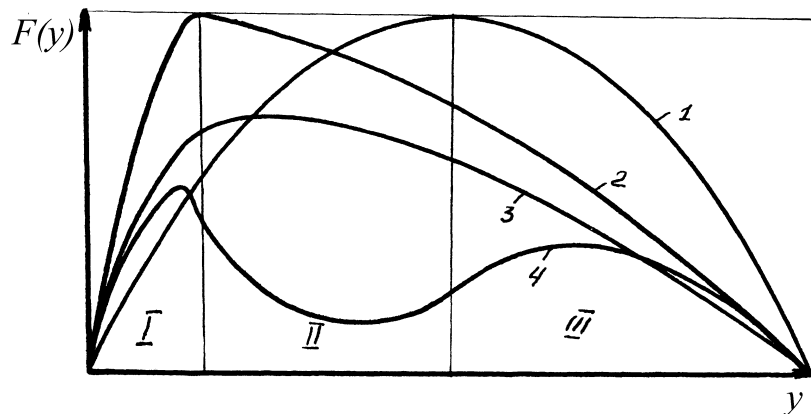


Рис.2.11. Характер изменения функций: 1 - $H(\bar{y})$; 2 - $H(y^*)$; 3 - $y^* - \bar{y}$; 4 - ΔH_y в различных областях изменения концентраций

Поскольку информационная энтропия имеет максимум $H = 1$ (рис.2.11), существует точка, в которой $H(y^*) = H(\bar{y})$ и, следовательно, при определении величины ΔH_y необходимо рассматривать следующие три области изменения концентраций.

В первой области при $y^*(y) \leq 0,5$ движущая сила определяется как

$$\Delta H_y = H(y^*) - H(\bar{y}), \quad (2.76)$$

где \bar{y} - средняя концентрация; y^* - концентрация, равновесная средней.

Во второй области, где $y^*(y) > 0,5$ & $\bar{y} < 0,5$ получим

$$\begin{aligned} \Delta H_y &= H(y = 0,5) - H(y^*) + H(y = 0,5) - H(\bar{y}) = \\ &= 2 - H(y^*) - H(\bar{y}). \end{aligned} \quad (2.77)$$

Последнее выражение соответствует случаю, в котором концентрация внутри потока $y = 0,5$, $H(y) > H(\bar{y})$ & $H(y) > H(y^*)$ и, следовательно, перенос неупорядоченности осуществляется от ядра потока к его границам.

В третьей области при $\bar{y} > 0,5$

$$\Delta H_y = H(\bar{y}) - H(y^*). \quad (2.78)$$

Области изменения концентраций при определении величины ΔH_y имеют следующие границы:

первая - $x \geq 0$ & $x \leq 0,5$;

вторая $\bar{x} > 0,5$ & $x^*(\bar{x}) \leq 0,5$;

третья - $x^*(\bar{x}) > 0,5$ & $x \leq 1$.

Сопоставление значений чисел единиц переноса массы (N_{oy}) и чисел единиц изменения неупорядоченности (N_{oy}^i) (рис.2.12) показывают, что числа N_{oy}^i несущественно зависят от концентрации разделяемых смесей и обеспечивают более высокое качество обобщения опытных данных, чем числа N_{oy} .

Полученные результаты свидетельствуют о том, что использование теоретико-информационных принципов в моделях процессов массопереноса позволяет существенно повысить точность расчета тепло-массообменных аппаратов.

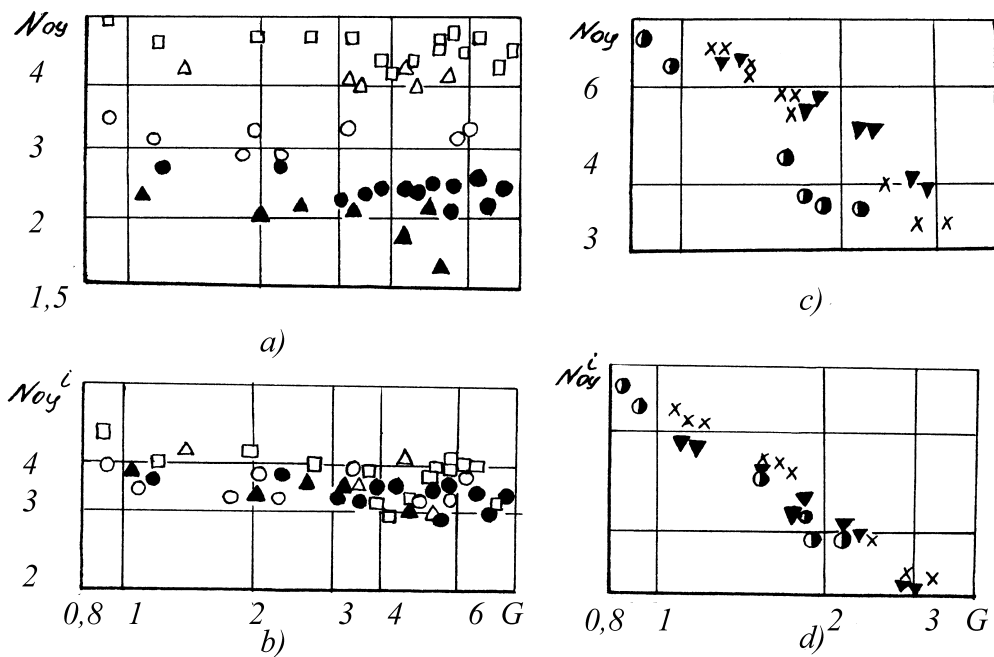


Рис.2.12. Характер зависимости величин Noy (a,c) и Noy^i (b,d) от массовой скорости пара при ректификации смесей кислород-азот (a, b) и метиловый спирт-вода (c, d)