

## **ДИНАМИКА ТЕПЛООБМЕННИКОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

### **4.1. Моделирование динамики конвективного теплообменника. Постановка задачи**

Пространственное распределение температуры в теплообменнике в условиях нестационарности существенно изменяется во времени. Поэтому даже в одномерном приближении задача о распределении температуры формулируется на основе системы дифференциальных уравнений в частных производных. При ее постановке обычно вводятся следующие упрощающие предположения:

реальные аппараты со сложной многоходовой схемой движения потоков и большим числом параллельно включенных труб представляются моделью, в которой теплообменивающиеся потоки, разделенные стенкой, движутся в направлениях, определенных схемой движения (прямо-, противоток, перекрестный ток). Поток в межтрубном пространстве контактирует с наружной стенкой, имеющей адиабатическую поверхность со стороны окружающей среды. Теплообменные и гидродинамические характеристики параллельно включенных труб считаются одинаковыми. Геометрические характеристики постоянны вдоль оси теплообменника, поверхность разделяющей стенки равна поверхности теплообмена;

в одномерной пространственной модели теплообменника изменение термодинамических характеристик теплоносителей происходит во времени и вдоль одной пространственной координаты, направление которой совпадает с направлением движения одного из потоков. Одномерная модель течения в каналах теплообменника вполне достоверна, поскольку при высокой турбулизации теплоносителей распределение характеристик по ядру потока практически равномерно, а толщина пограничного слоя пренебрежимо мала. Поток тепла у стенки и сила трения определяются с помощью коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления;

распространение тепла в стенке также рассматривают в одномерной постановке, поскольку в большинстве типов аппаратов составляющая теплового потока в направлении нормали к поверхности раздела намного превосходит продольную составляющую;

в уравнении энергии опускают члены, характеризующие изменение кинетической энергии движения потока, потенциальной энергии в поле тяготения, не учитывают работу сил внутреннего трения. Уравнение энергии записывают как уравнение переноса энтальпии;

коэффициенты теплоотдачи в переходных процессах находят по тем же зависимостям, что и в статических расчетах.

При перечисленных допущениях динамика конвективного теплообменника описывается следующими уравнениями:

уравнение энергии

$$G/w \frac{\partial h}{\partial \tau} + G \frac{\partial h}{\partial x} = \alpha U(T_w - T); \quad (4.1)$$

уравнение движения

$$G/w \frac{\partial w}{\partial \tau} + G \frac{\partial w}{\partial x} = f\rho F_x - f\frac{\partial p}{\partial x} - \zeta\rho w / (2d_e)f; \quad (4.2)$$

уравнение неразрывности

$$f \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0; \quad (4.3)$$

Здесь  $F_x$  - проекция плотности массовых сил на ось  $x$ .

Для процесса переноса, в котором  $dp/dx$  мало, уравнение (4.1) принимает вид

$$G/w c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + G c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha U(T_w - T); \quad (4.4)$$

уравнения состояния реального газа:

термическое

$$\rho = \rho(p, T); \quad (4.5)$$

калорическое

$$h = h(p, T); \quad (4.6)$$

уравнение распространения тепла в стенке

$$m c_w \partial T_w / \partial \tau = \alpha_1 F_1 (T - T_w) - \alpha_2 F_2 (T_w - T); \quad (4.7)$$

уравнение баланса для наружной стенки

$$m_n c_n \partial T_n / \partial \tau = \alpha_n F_n (T - T_n). \quad (4.8)$$

Граничными условиями задачи являются температуры потоков на входе в теплообменник в точке  $x = 0$  при прямотоке, либо одна из температур в  $x = 0$ , другая в  $x = l$  при противотоке. Считаются заданными также расходы поступающих потоков. Начальное условие ( $\tau = 0$ ) соответствует стационарному режиму работы теплообменника, имевшему место до появления возмущений входных величин.

Обычно применяли следующие пути решения уравнений динамики теплообменников:

численное интегрирование исходной нелинейной системы уравнений в частных производных разностными методами;

преобразование системы уравнений с постоянными коэффициентами в обыкновенные дифференциальные уравнения при помощи интегрального преобразования Лапласа с последующим численным или аналитическим интегрированием в частотной области и численным обращением преобразования Лапласа для получения результатов во временной области;

применение преобразования Лапласа к системе уравнений с постоянными коэффициентами с последующим аналитическим решением, получаемым в области изображений в виде передаточных функций, а в ряде случаев и во временной области в виде разгонных (временных) характеристик;

аналитическое или численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих теплообменник как объект с сосредоточенными параметрами.

При возмущениях заметной амплитуды и значительном изменении режимных факторов и теплофизических свойств, от которых зависят коэффициенты уравнений, использование линейных моделей динамики теплообменников становится невозможным. Применительно к отдельным теплообменникам считается известным, что аналитические решения, соответствующие линейным моделям, сохраняют приемлемую точность при достаточно глубоких возмущениях температур и энтальпий входящих потоков. Однако они быстро теряют точность при выходе возмущения расхода теплоносителя за рамки допущения о малости [49].

В связи с этим наиболее целесообразным представляется первый метод моделирования переходных процессов в теплообменниках КС, который в сочетании с быстродействующей ЭВМ позволяет получить наиболее полное решение задачи динамики теплообменного аппарата при помощи относительно простых алгоритмов.

### 4.2. Расчет динамики двух- и трехпоточных теплообменников. Нелинейные модели

Полагая в уравнении движения (4.2)  $F_x = 0$  и  $\zeta = 0$  с учетом  $G = w\rho f$ , получим

$$\rho \frac{\partial w}{\partial \tau} + \rho w \frac{\partial w}{\partial x} = -f \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial x} = 0.$$

Уравнения (4.9) совместно с уравнениями энергии и состояния представляют собой уравнения газовой динамики в дивергентной форме, т.е. в форме законов сохранения.

В явных разностных схемах для задач газовой динамики шаги интегрирования по пространству и времени связаны условием Куранта  $a \Delta \tau / \Delta x < 1$ . Совершенно очевидно, что при скоростях звука

в газе 250 - 1000 м/с и длительных нестационарных процессах использование явных схем становится очень затруднительным.

Неявная разностная схема для рассматриваемой задачи приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений, решаемой обычно методом Ньютона. При учете вязкости и теплопроводности уравнения содержат значения искомых функций в четырех точках и поэтому для их решения метод обычной прогонки неприменим.

В соответствии с методом отдельных прогонок уравнения системы делят на две группы. Группа 1-я – „динамическая“, включающая уравнения движения, неразрывности и одно из уравнений состояния ( $p = p(\rho, T)$ ). Группа 2-я – „тепловая“ - состоит из уравнения энергии, определения теплового потока и второго уравнения состояния.

Уравнения каждой группы решаются итерационным методом Ньютона самостоятельно с последующими дополнительным итерационным циклом между группами. Несмотря на то, что внешний итерационный цикл достаточно быстро сходится, наличие нескольких вложенных циклов итераций делает такой подход неперспективным для расчета динамики системы аппаратов.

Отбрасывание нелинейных членов в уравнениях движения, неразрывности и энергии позволяет использовать неявные трехточечные схемы второго порядка аппроксимации по  $\Delta\tau$  и  $\Delta x$ , а перенос расчета коэффициентов, зависящих от температуры и давления, на предыдущий временной слой - избежать дополнительных итераций.

Предположение о малости скорости газа и малых изменениях давления позволяют линеаризовать уравнения газовой динамики.

Записывая из (4.9)

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -w \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho \frac{\partial w}{\partial x};$$

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = -1/\rho \frac{\partial p}{\partial x} - w \frac{\partial w}{\partial x}$$

и полагая  $w \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$  и  $w \frac{\partial w}{\partial x} = 0$ , получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\rho \frac{\partial w}{\partial x}; \quad (4.10)$$

$$\partial w / \partial \tau = - 1 / \rho \partial p / \partial x. \quad (4.11)$$

В качестве уравнения состояния используем соотношение  $\rho = f(p, s)$ , откуда

$$\partial \rho / \partial \tau = \partial \rho / \partial p \partial p / \partial \tau + \partial \rho / \partial s \partial s / \partial \tau.$$

Скорость звука в упругой среде определяется как  $a = \sqrt{(\partial p / \partial \rho)_s}$ . Обычно звуковые колебания рассматривают как обратимый адиабатический процесс независимо от того, как изменяется состояние всего тела в целом. Тогда

$$\partial \rho / \partial \tau = a^{-2} \partial p / \partial \tau. \quad (4.12)$$

Из (4.10), (4.12) следует

$$\partial w / \partial x = - a^{-2} \rho^{-1} \partial p / \partial \tau, \quad (4.13)$$

либо

$$\partial \rho / \partial \tau = - a^2 \rho \partial w / \partial x. \quad (4.14)$$

Система (4.11), (4.14) представляет собой уравнения акустики, описывающие распространение плоских звуковых волн. Общее решение такой системы имеет вид:

$$w = [f(x - a \tau) + g(x + a \tau)] / 2 \quad (4.15)$$

$$p = \rho a [f(x - a \tau) + g(x + a \tau)] / 2.$$

Вместо системы уравнений первого порядка можно получить уравнение второго порядка для давления. Дифференцируя уравнение (4.13) по  $\tau$  и уравнение (4.11) по  $x$ , получим

$$\partial w / (\partial x \partial \tau) = - 1 / (a^2 \rho) \partial^2 p / \partial \tau^2; \quad (4.16)$$

$$\partial w / (\partial x \partial \tau) = - 1 / \rho \partial^2 p / \partial x^2 \quad (4.17)$$

Приравнявая правые части уравнений (4.16), (4.17), получим волновое уравнение

$$1/a^2 \partial^2 p / \partial \tau^2 = - \partial^2 p / \partial x^2. \quad (4.18)$$

Одномерное волновое уравнение (4.18) имеет общее решение вида (4.15), которое представляет собой пару бегущих волн, распространяющихся вправо и влево вдоль оси  $x$  со скоростью звука. Решение краевой задачи смешанного типа для уравнения (4.18) представляет собой суперпозицию прямой и отраженной волн.

Рассмотрим метод численного решения уравнения (4.18) с краевыми условиями  $p(0, \tau) = c(\tau)$ ,  $p(l, \tau) = b(\tau)$  и начальным условием  $p(x, 0) = R(x)$ ,  $\partial p / \partial \tau(x, 0) = q(x)$ . Аналогично работе [37] преобразуем уравнение (4.18) в систему обыкновенных дифференциальных уравнений по времени с помощью разностных соотношений по переменной  $x$ . Интервал  $0 \leq x \leq l$  разобьем точками  $x$  ( $k = 1, 2, \dots, N - 1$ ) на  $N$  интервалов длиной  $\Delta x = l / N$ . Тогда

$$\frac{1}{a^2} \frac{d^2 p_k}{d\tau^2} + \frac{-p_{k-1} + 2p_k - p_{k+1}}{\Delta x^2} = 0; \quad (4.19)$$

$$p_1 = 0; p_N = 0; p_k = R_k; dp_k/d\tau = q_k \text{ при } \tau = 0.$$

Решение задачи (4.19) имеет смысл только в узловых точках  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ , а в точках  $k = 0$  и  $k = N$  определяется граничными условиями. Для разностной аппроксимации задачи (4.19) введем узловые точки  $\tau = \tau_i$ ,  $\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta \tau$  и запишем неявную схему, аналогичную схеме Кранка-Никольсена,

$$\begin{aligned} (p_k^{j+1} - 2p_k^j + p_k^{j-1})/t^2 &= (p_{k-1}^{j+1} - 2p_k^{j+1} + p_k^{j-1})/(2\Delta x^2) + \\ &+ (p_{k-1}^{j-1} - 2p_k^{j-1} + p_{k+1}^{j-1})/(2\Delta x^2), \end{aligned} \quad (4.20)$$

где  $t = a \Delta \tau$

Неявная разностная схема (4.20) аппроксимирует задачу (4.19) со вторым порядком по  $\Delta x$  и по  $\Delta \tau$ , абсолютно устойчива при любых шагах по пространству и времени [37]. Решение линейной системы, к которой приводит схема (4.20), определяет распределение давлений  $p(x, \tau)$ . Таким образом, аналогично методу раздельной прогонки,

уравнения „динамической“ и „тепловой“ групп можно интегрировать самостоятельно. Связь уравнений системы осуществляется при расчете коэффициентов, зависящих от давления и температуры.

Рассмотрим теперь решение „тепловой“ группы уравнений, положенной в основу математической модели динамики двухпоточного теплообменника и следующей из (4.1)-(4.8),

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_h}{\partial \tau} &= -w_h \frac{\partial T_h}{\partial x} - \frac{\alpha_h F_h}{V_h \rho_h c_h} (T_h - T_w); \\ \frac{\partial T_c}{\partial \tau} &= w_c \frac{\partial T_c}{\partial x} + \frac{\alpha_c F_c}{V_c \rho_c c_c} (T_w - T_c); \\ \frac{\partial T_w}{\partial \tau} &= \frac{\alpha_h F_h}{m c_w} (T_h - T_w) - \frac{\alpha_c F_c}{m c_w} (T_w - T_c).\end{aligned}\tag{4.21}$$

В системе (4.21) направление оси  $x$  совпадает с направлением движения теплого потока.

Граничное условие задачи: на теплом конце аппарата  $T_h(0, \tau) = f_1(x)$ , на холодном конце  $T_c(l, \tau) = f_2(x)$ ; начальное условие  $T_h(x, 0) = \varphi_1(x)$ ;  $T_c(x, 0) = \varphi_2(x)$ .

Обозначим:

$$k_1 = \frac{\alpha_h F_h}{V_h \rho_h c_h} = \frac{\alpha_h}{\rho_h c_h} \frac{4}{d};$$

$$k_2 = \frac{\alpha_c F_c}{V_c \rho_c c_c} = \frac{\alpha_c}{\rho_c c_c} \frac{4}{d_e};$$

$$k_3 = \frac{\alpha_h F_h}{m c_w} = \frac{\alpha_h}{c_w} \frac{\pi d}{M};$$

$$k_4 = \frac{\alpha_c F_c}{m c_w} = \frac{\alpha_c}{c_w} \frac{\pi d \varphi}{M};$$

$$T_h = T; T_c = \theta; T_w = v; w_h = w; w_c = v,$$



где  $d_e$  - эквивалентный диаметр межтрубного пространства;  $M$  - масса одного метра оребренной трубы;  $\varphi$  - коэффициент оребрения.

Система (4.21) - нелинейная. Нелинейность заключается в зависимости теплофизических свойств потоков и разделяющей стенки и скоростей  $w, v$  от температуры. Эта трудность обычно устраняется переносом вычисления значений коэффициентов на предыдущий шаг по времени.

Данную систему будем решать численно разностным методом. Для этого на плоскости  $(x, \tau)$  введем равномерную прямоугольную сетку с шагами  $\Delta x$  по пространству и  $\Delta \tau$  по времени,  $x = i\Delta x, i = 1, 2, \dots, N,$   
 $\tau = n\Delta \tau, n = 1, 2, \dots$

Решение системы дифференциальных уравнений вида (4.21) не является тривиальным, несмотря на то, что в литературе есть немало рекомендаций по решению модельных уравнений конвективного переноса с помощью различных аппроксимирующих схем [37, 41]. Применение подхода, предложенного в работе [14] для численного анализа нестационарных режимов объектов с распределенными параметрами, описываемых системами дифференциальных уравнений гиперболического типа, затруднительно в связи с необходимостью многократного нахождения обратных матриц.

Для численного решения уравнений гиперболического типа часто применяют разностную схему Кранка-Никольсона, дающую аппроксимацию второго порядка точности по времени и по пространству. Решение в этом случае находят в процессе трехточечной прогонки. Однако, как будет ясно из дальнейшего, в случае системы дифференциальных уравнений более эффективно применение схемы „прямоугольник“, основанной на использовании шаблона следующего вида

$$i, n+1 \begin{array}{|c|c|} \hline \wedge_{i,n} & \\ \hline \hline i, n & \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} i+1, n+1 \\ \\ \\ i+1, n \end{array}$$

при построении сеточного уравнения. Заменой производных в первом уравнении системы (4.21) по приведенной схеме получим

$$[(T_{i+1}^{n+1} - T_{i+1}^n) - (T_i^{n+1} - T_i^n)] / (2\Delta \tau) +$$

$$+ w_{\wedge i} [(T_{i+1}^{n+1} - T_{i+1}^n) - (T_i^{n+1} - T_i^n)] / (2\Delta x) +$$

$$k_{\wedge li}(T_{i+1}^{n+1} + T_{i+1}^n + T_i^{n+1} + T_i^n - v_{i+1}^{n+1} - v_{i+1}^{n+1} - v_i^{n+1} - v_i^n) / 4 = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.22)$$

Знак  $\wedge$  здесь означает, что значения коэффициентов берутся во внутренних точках сетки на предшествующем шаге во времени. Обозначив :

$$\gamma_{\wedge li} = (w_i + w_{i+1})\Delta\tau / (2\Delta x); \quad \delta_{\wedge li} = (k_{l,i} + k_{l,i+1})\Delta\tau / 4,$$

после преобразований получим

$$(1 - \gamma_{\wedge li} + \delta_{\wedge li})T_i^{n+1} - \delta_{\wedge li} v_i^{n+1} + (1 + \gamma_{\wedge li} + \delta_{\wedge li})T_{i+1}^{n+1} -$$

$$- \delta_{\wedge li} v_{i+1}^{n+1} = \Delta_{\wedge li}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.23)$$

где

$$\Delta_{\wedge li} = (T_i^n + T_{i+1}^n) + \gamma_{\wedge li}(T_i^n - T_{i+1}^n) - \delta_{\wedge li}(T_{i+1}^n + T_i^n - v_{i+1}^n - v_i^n).$$

Уравнение (4.22) представляет собой аппроксимацию второго порядка точности по пространству и времени на четырехточечном шаблоне „прямоугольник“. Эта неявная схема является безусловно устойчивой [41].

Проделав аналогичные преобразования для второго и третьего уравнений системы (4.21), получим в итоге систему линейных алгебраических уравнений, решение которой определяет температуры  $T$ ,  $\theta$ ,  $v$  на временном слое  $n + 1$ :

$$(1 - \gamma_{\wedge li} + \delta_{\wedge li})T_i^{n+1} - \delta_{\wedge li} v_i^{n+1} + (1 + \gamma_{\wedge li} + \delta_{\wedge li})T_{i+1}^{n+1} -$$

$$- \delta_{\wedge li} v_{i+1}^{n+1} = \Delta_{\wedge li}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1;$$

$$- \delta_{\wedge 2i} v_i^{n+1} + (1 - \gamma_{\wedge 2i} + \delta_{\wedge 2i})\theta_i^{n+1} - \delta_{\wedge 2i} v_{i+1}^{n+1} + (1 + \gamma_{\wedge 2i} + \delta_{\wedge 2i})\theta_{i+1}^{n+1} = \Delta_{\wedge 2i},$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1;$$

$$\delta_{\wedge 3i} T_i^{n+1} + (1 + \delta_{\wedge 5i})v_i^{n+1} - \delta_{\wedge 4i} \theta_i^{n+1} - \delta_{\wedge 3i} T_{i+1}^{n+1} + (1 + \delta_{\wedge 5i})v_{i+1}^{n+1} -$$

$$-\delta_{4i} \theta_{i+1}^{n+1} = \Delta_{3i}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (4.24)$$

где

$$\gamma_{2i} = (v_i + v_{i+1}) \Delta \tau / (2 \Delta x); \quad \delta_{2i} = (k_{2,i} + k_{2,i+1}) \Delta \tau / 4;$$

$$\Delta_{2i} = (\theta_i^n + \theta_{i+1}^n) + \gamma_{2i} (\theta_i^n - \theta_{i+1}^n) - \delta_{2i} (\theta_{i+1}^n + \theta_i^n - v_{i+1}^n - v_i^n);$$

$$\delta_{3i} = (k_{3,i} + k_{3,i+1}) \Delta \tau / 4; \quad \Delta_{4i} = (k_{4,i} + k_{4,i+1}) \Delta \tau / 4;$$

$$\Delta_{3i} = \delta_{3i} (T_i^n + T_{i+1}^n) + \delta_{4i} (\theta_i^n + \theta_{i+1}^n) + (1 - \delta_{5i})(v_{i+1}^n + v_i^n);$$

$$\delta_{5i} = \delta_{3i} + \delta_{4i}.$$

Уравнения (4.24) представляют собой систему  $3(N - 1)$  линейных уравнений с ленточной матрицей. Для нахождения 3-х неизвестных температур необходимо добавить три граничных условия, а именно: задать температуры потоков, поступающих в теплообменник, и температуру стенки на теплом или холодном конце аппарата.

Матрица коэффициентов системы уравнений (4.24) имеет вид:

$$a = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & a_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 & a_{57} & a_{58} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & 0 & a_{68} & a_{69} & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1,n-1} & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & a_{n,n} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Ширина ленты матрицы (4.25) соответствует семи элементам, расположенным вдоль главной диагонали. Решение системы уравнений с ленточной матрицей осуществляется методом исключения по Гауссу с перестановкой строк, после которой следует обратная подстановка. Реализованная подпрограмма позволяет находить решение матричного уравнения  $ax = b$ , где  $a$  - матрица, все ненулевые элементы которой сконцентрированы в области главной диагонали, причем ширина матрицы должна быть обязательно нечетным числом. Подпрограмма весьма эффективна, поскольку

оперирует только с ленточной частью матрицы  $a$ . Время решения системы пропорционально  $[(m - 1)/2]^2 n$ , где  $n$  - порядок матрицы,  $m$  - ширина ленты.

Заметим, что при использовании схемы „прямоугольник“ минимальная ширина ленты матрицы, которую можно получить в результате комбинирования членов уравнений системы, равна шести. Однако, учитывая требования метода решения системы, сформирована матрица вида (4.25). Нетрудно показать, что применение схемы Кранка-Никольсона с шаблоном вида

$$\begin{array}{ccccc}
 i-1, n+1 & & i, n+1 & & i+1, n+1 \\
 & & | & & \\
 & & i, n & & 
 \end{array}$$
 приводит к матрице коэффициентов с шириной ленты, равной девяти.

Следует также отметить, что для решения модельного уравнения конвективного переноса вида

$$\partial u / \partial t + a(t, x) \partial u / \partial x = f(t, x) \quad (4.26)$$

с использованием схемы „прямоугольник“ обычно применяют метод двухточечной прогонки [41], который отличается тем, что не требует предварительного вычисления прогоночных коэффициентов и осуществляется в одном направлении. Вычислительная устойчивость этой прогонки связана с направлением характеристик и расположением граничных условий.

В исходной системе (4.21) коэффициенты при производной по пространству в первом и втором уравнении имеют противоположные знаки. Поэтому из-за проблемы устойчивости использование метода двухточечной прогонки для решения системы (4.24) не представляется возможным. Вместе с тем такой подход можно применить в случае прямого тока, когда знаки в первом и втором уравнениях системы будут одинаковы.

При решении системы уравнений (4.24) с матрицей коэффициентов вида (4.25) была обнаружена следующая важная особенность. Оказалось, что пространственное распределение температур теплого и холодного потоков не зависит от граничного условия для температуры стенки. При любых значениях температуры стенки на границе временная зависимость температур потоков остается

неизменной. От значения температуры стенки на границе зависит только распределение температуры вдоль стенки.

Разумеется, что для получения правильных температур стенки необходимо корректно задать ее величину на границе. В случае противотока задание правильного граничного значения температуры стенки вызывает известные трудности. Например, в работе [14] рекомендуется присваивать этой температуре нулевое значение, как в случае прямотока, так и противотока. Однако такой подход приводит к неверным значениям температур вдоль стенки.

Введя сетку с шагами  $\Delta x$  по пространству,  $x = i\Delta x$ , вместо третьего уравнения системы (4.21) можно записать

$$dT_{wi}/d\tau = k_{3i}(T_{hi} - T_{wi}) - k_{4i}(T_{wi} - T_{ci}) \quad (4.27)$$

либо в обозначениях  $T_h = T$ ,  $T_c = \theta$ ,  $T_w = v$

$$dv_i/d\tau = k_{3i}(T_i - v_i) - k_{4i}(v_i - \theta_i).$$

Проводя преобразования последнего уравнения, получим

$$dv_i/d\tau = \delta_i - a_i v_i, \quad (4.28)$$

где  $\delta_i = k_{3i} T_i + k_{4i} \theta_i$ ;  $a_i = k_{3i} + k_{4i}$ .

Уравнение (4.28) эквивалентно линейному дифференциальному уравнению первого порядка вида  $y' + f(x)y = g(x)$ , интегральная кривая которого, проходящая через точки  $\zeta$  и  $v$ , определяется уравнением

$$y = \exp(-F) \left[ \eta + \int_{\zeta}^x g(x)(F) dx \right], \text{ где } F(x) = \int_{\zeta}^x f(x) dx.$$

Если  $f(x) = \text{const} = a$ ,  $g(x) = \text{const} = \delta$ ,  $\zeta = 0$ ,  $\eta = y_0$ , что справедливо для точки с индексом  $i$  на величине одного шага по времени  $\Delta\tau$ , то

$$F(x) = \int_0^x a dx = ax;$$

$$y = \exp(-ax) \left[ \eta + \int_0^{\delta} \exp(ax) dx \right] = \exp(-ax)(y_0 - \delta/a) + \delta/a.$$

Таким образом, аналитическое решение для температуры стенки имеет вид

$$v_i^{n+1} = \exp(-a\Delta\tau)(\eta_i^n - \delta_i/a_i) + \delta_i/a_i, \quad (4.29)$$

где  $n$  - индекс шага во времени.

При больших значениях показателя степени  $\exp(-a\Delta\tau) \rightarrow 0$  и формула (4.29) переходит в

$$\vartheta_i^{n+1} = \frac{\delta_i}{a_i} = \frac{k_{3i}T_i^{n+1} + k_{4i}\theta_i^{n+1}}{k_{3i} + k_{4i}}. \quad (4.30)$$

Например, при значении  $a\Delta\tau = 15 \exp(-a\Delta\tau) = 0,306 \times 10^{-6}$ , т.е. вместо формулы (4.29) целесообразно использовать (4.30).

Таким образом, правильные значения температуры стенки на шаге  $n + 1$  можно определить по аналитическому решению (4.29), (4.30), используя найденные из решения системы (4.24) температуры холодного и теплого потоков.

Окончательно алгоритм интегрирования системы (4.21) заключается в следующем:

накопление матрицы (4.25);

решение линейной системы уравнений (4.24) вызовом подпрограммы `bansol`;

расчет температуры стенки по выражению (4.29);

сглаживание значений всех температур.

Как показано выше, для конвективных теплообменников можно решать систему уравнений энергии отдельно от уравнения неразрывности. Одновременно исключают и уравнение движения, считая изменение давления в динамике несущественным по сравнению с

полным давлением. Именно такой подход был использован в алгоритмах [9]. Отказ от интегрирования уравнения движения приводит к обрыву внутренней обратной связи в теплообменнике, т.е. передачи возмущений в обоих направлениях [49].

При расчете системы аппаратов "сверху вниз" по схеме КГУ решение системы уравнений (4.21) можно упростить, поскольку в этом случае на теплых концах аппаратов заданы  $T_h(0, \tau)$ ,  $T_c(l, \tau)$ . Заменой производных в 1-м уравнении системы (4.21) разностным приближением по схеме Кранка-Никольсона получим

$$\begin{aligned} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta \tau} + w_i \frac{T_{i+1}^{n+1} + T_{i+1}^n - T_{i-1}^{n+1} - T_{i-1}^n}{4\Delta x} + \\ + k_{li} (T_i^{n+1} - v_i^{n+1} + T_i^n - v_i^n)/2 = 0, \quad I = 2, 3, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (4.31)$$

Для слоя с  $i = N$  применим схему,

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta \tau} + w_i \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} + k_{li} (T_i^{n+1} - v_i^{n+1}) = 0, \quad i = N.$$

Граничное условие запишем в виде  $T_i^{n+1} - f_l(\tau) = 0, i = 1$ .

Обозначим  $\gamma_i = w_i \Delta \tau / (4\Delta x)$ ;  $\delta_i = k_{li} \Delta \tau / 2$ .

Проводя преобразования, получим следующую трехдиагональную систему линейных алгебраических уравнений, решение которой определяет температуру  $T$  на временном слое  $n + 1$ :

$$\begin{aligned} T_1^{n+1} + \Delta_1 = 0, \quad i = 1; \\ \gamma_i T_{i+1}^{n+1} + (1 + \delta_i) T_i^{n+1} - \gamma_i T_{i-1}^{n+1} + \Delta_i = 0, \quad i = 2, 3, \dots, N-1; \\ (1 + 4\gamma_N + 2\delta_N) T_N^{n+1} - 4\gamma_N T_{N-1}^{n+1} + \Delta_N = 0, \quad i = N. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Здесь  $\Delta_1 = -f_l(\tau)$ ;  $\Delta_N = -T_N^n - 2\delta_N v_N^{n+1}$ ;

$$\Delta_i = \gamma_i (T_{i+1}^n - T_{i-1}^n) - T_i^n + \delta_i (T_i^n - v_i^n - v_i^{n+1}).$$

Аналогичную систему можно получить для 2-го уравнения системы (4.21). Для интегрирования 3-го уравнения системы (4.21) можно воспользоваться аналитическими выражениями (4.29),(4.30). Окончательно упрощенный алгоритм интегрирования системы (4.21) выглядит следующим образом:

решение системы вида (4.32) обычным методом трехточечной прогонки для определения температур прямого  $T$  и обратного  $\theta$  потоков в момент времени  $n + 1$ ;

расчет температуры стенки  $v$  по формуле (4.29) или (4.30);

сглаживание значений всех температур по формулам вида,

$$T_i^n = \alpha(T_i^{n-1} + 2T_i^n + T_i^{n+1}),$$

где  $\alpha = 0,25$ .

При моделировании процессов, протекающих в больших диапазонах температур, необходимо учитывать зависимость коэффициентов уравнений от температуры. Коэффициенты системы уравнений (4.21) для теплообменников, входящих в состав КГУ, изменяются в значительных пределах (табл.4.1). Несмотря на это, использование неявных разностных схем в реализованных алгоритмах позволило снять жесткое ограничение на допустимый шаг по времени  $\Delta\tau$ , неизбежное при явном методе решения, и одновременно интегрировать уравнения моделей всех теплообменников КГУ с одинаковым шагом.

В модели статики трехпоточного теплообменника КГУ (2.15) последний представлен как два двухпоточных аппарата с определенным образом найденными долями обратного потока  $G'$  и  $G''$ , взаимодействующими с двумя прямыми потоками (дроссельным и детандерным).

Аналогично динамика трехпоточного теплообменника на величине одного шага интегрирования во времени может быть рассмотрена как динамика двух двухпоточных аппаратов, для моделирования которых применим описанный выше алгоритм. Так как интегрирование уравнений динамики по пространству осуществляется в направлении



движения теплого потока, температура холодного потока на входе в противоточный теплообменник определяется по формуле

$$\theta_N^{n+1} = [G'(\theta_N^{n+1})' + G''(\theta_N^{n+1})''] / (G' + G''). \quad (4.33)$$

Моделирование динамики криогенных теплообменников с помощью программных модулей ПМКС полностью автоматизировано и состоит в расчете начального распределения температур с последующим интегрированием уравнений математического описания во времени. Пересчет коэффициентов уравнений, зависящих от температуры и давления, осуществляется на каждом шаге интегрирования, либо, с целью увеличения скорости вычислений, через несколько шагов.

### 4.3. Временные характеристики криогенных теплообменников

Решения линеаризованных уравнений динамики конвективного теплообменника, известные в литературе, найдены либо только в области изображений по Лапласу, либо дальнейшим упрощением задачи путем отбрасывания в уравнениях энергии членов, соответствующих аккумуляции тепла в газах и разделяющей стенке. Задачей автора являлся выбор и реализация наиболее полного из них, а также рациональная организация вычислений и передачи информации между подпрограммами в соответствии с принципами структурного программирования.

Следуя работе [49], систему уравнений, описывающую конвективный теплообменник, запишем в виде:

$$\begin{aligned} g_h c_h \frac{\partial T}{\partial \tau} + g_h c_h \frac{\partial p}{\partial \tau} + G_h c_h \frac{\partial T}{\partial x} &= \alpha_h F_h (\theta - T); \\ g_w c_w \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \alpha_c F_c (v - T) - \alpha_h F_h (\theta - T); \\ \pm G_c c_c \frac{\partial v}{\partial x} + g_c c_c \frac{\partial v}{\partial \tau} &= \alpha_c F_c (\theta - v). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Здесь  $F$  - удельная поверхность, м<sup>2</sup>/м;  $T$ ,  $v$ ,  $\theta$  - температуры потоков внутри трубок, в межтрубном пространстве и стенки соответственно; индексы:  $h$  - внутренний(горячий) поток;  $w$  - металлическая стенка,  $c$

- наружный (холодный) поток; в последнем уравнении знак плюс относится к прямотоку, минус - к противотоку.

Таблица 4.1

Коэффициенты уравнений динамики теплообменников на начальном распределении температур

Номер по рис. 2.1	$k_1$	$k_2$	$K_3$	$k_4$	$w_h, \text{ м/с}$	$w_c, \text{ м/с}$
1	134,01	1042,36	0,76	0,43	18,78	9,43
	58,74	446,45	0,78	0,44	9,62	4,67
2	79,77	672,81	1,07	0,68	14,31	8,52
	28,21	198,31	2,43	1,4	5,78	3,09
3	40,27	189,27	2,34	1,57	8,75	3,38
	25,86	149,78	4,80	3,25	5,99	2,79
4-a	22,94	116,72	4,81	2,73	5,00	1,88
	8,94	33,14	81,27	39,66	2,33	0,65
4-b	4,56	116,72	4,04	2,73	10,28	1,88
	13,82	33,14	65,30	39,66	3,42	0,65
5	22,01	249,45	20,50	21,04	3,74	2,10
	5,46	100,13	373,08	336,78	1,00	0,97
6	9,92	110,24	2013,61	203,31	1,88	1,16
	8,92	47,27	6103,12	536,73	1,37	1,64
7	7,70	53,75	7118,47	864,86	2,21	0,69
	9,21	21,02	12907,09	759,24	1,50	0,38

Давления потоков и теплоемкости в пределах теплообменника считаются постоянными.

Наиболее простым и распространенным методом решения системы (4.34) в линеаризованном виде является использование преобразования Лапласа, в соответствии с которым соотношения между входными и выходными переменными определяются в виде передаточных функций. Решения на уровне передаточных функций, известные в литературе, достаточно сложны и переход от них к временным функциям невозможен, поэтому систему (4.34) решают после введения еще двух дополнительных упрощений.

Если положить  $l = 0$ , модель теплообменника будет соответствовать модели с полным перемешиванием в межтрубном пространстве. Это допущение справедливо для аппаратов, у которых протяженность межтрубного пространства мала по сравнению с длиной витых

трубок, и сосредоточение газового объема незначительно искажает физическую картину процесса. Второе упрощение состоит в пренебрежении тепловой аккумуляцией в межтрубном потоке. Тогда динамика теплообменника описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} g_h c_h \frac{\partial T}{\partial \tau} + g_h c_h \frac{\partial p}{\partial \tau} + G_h c_h \frac{\partial T}{\partial x} &= \alpha_h F_h (\theta - T); \\ g_w c_w \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \alpha_c F_c (v - T) - \alpha_h F_h (\theta - T); \\ G_c c_c (v_1 - v) &= \alpha_h F_h (v - \theta), \end{aligned} \quad (4.35)$$

где индекс 1 - вход в теплообменник.

В модели (4.35) температура потока в межтрубном пространстве имеет одинаковое значение во всех сечениях, но изменяется в зависимости от температуры потока в трубках. Важным достоинством этой модели является возможность получения аналитического решения для временных (разгонных) характеристик теплообменника и отклонений температур теплоносителей.

Линеаризация и решение системы (4.35), выполненные в работе [49] переходом к обыкновенным дифференциальным уравнениям в области изображений по Лапласу с комплексной переменной  $s$ , приводит к передаточным функциям  $w$ , которые содержат комплексы геометрических и режимных параметров в показателях экспоненты.

Изображение  $\Delta T(x, s)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta T(x, s) &= w_{TT1} \Delta T_1(s) + w_{Tv1} \Delta v_1(s) + w_{TGc} \Delta G_c(s) + \\ &+ w_{TGh} \Delta G_{cl}(s) + w_{Tp1} \Delta G_{pl}(s). \end{aligned} \quad (4.36)$$

При известных  $\Delta T(x, s)$  находят передаточные функции, связывающие  $\Delta T(x, s)$  с возмущающими воздействиями.

Переход от изображений к зависимостям во временной области позволяет найти реакции температуры на основные возмущения. Для произвольного возмущения  $\Delta X(\tau)$  изображение изменения переменной  $\Delta Y(x, s)$  имеет вид

$$\Delta Y(x, s) = w_{YX} \Delta X(s). \quad (4.37)$$

Обратное преобразование изображения (4.37) приводит к переходной характеристике, как непрерывной функции  $x$  и  $\tau$ . Обратное преобразование осуществляется с помощью таблиц соответствий по Лапласу на основе специальных функций, введенных в работе [29].

С помощью передаточных функций находят аналитические выражения для разгонных характеристик, записываемые в нормализованном виде,

$$h_{tj} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{w_{tj}}{k_{tj}} \right\} = \frac{\Delta t}{k_{tj} \Delta_j}. \quad (4.38)$$

Здесь  $k$  - коэффициент усиления;  $L^{-1}$  - оператор обратного преобразования;  $j$  - возмущающее воздействие.

Конкретные выражения для разгонных характеристик температуры в трубах и межтрубном пространстве, полученные в работе [49], содержат специальные функции  $V(\xi^*, \eta^*)$ ,  $f$ ,  $f^*(\xi^*, \eta^*)$ ,  $\varphi$ ,  $\varphi^*(\xi^*, \eta^*)$ , аргументы которых:

$$\xi^* = \xi / (1 + \varepsilon^*); \quad \eta^* = (\tau - \tau_{tr}) / T_w^*;$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon L_c / (L_c + 1); \quad \xi = x / L; \quad \tau_{tr} = \xi T_h;$$

$$\mu^* = T_w^* / T_h^*; \quad T_h^* = T_h (1 + \varepsilon^*); \quad T_w^* = T_w (1 + \varepsilon^*).$$

Громоздкие аналитические выражения для разгонных характеристик температуры в трубах  $h_{TTI}$ ,  $h_{TVI}$ ,  $h_{TGC}$ ,  $h_{TGH}$ ,  $h_{TpI}$  и в межтрубном пространстве  $h_{vTI}$ ,  $h_{vVI}$ ,  $h_{vGC}$ ,  $h_{vGH}$ ,  $h_{vpI}$  здесь не приводятся.

Специальные функции введены на основе анализа решения уравнения, к которому приводятся гиперболические системы при некоторых допущениях,

$$\partial^2 U / (\partial \xi \partial \eta) - U = 0. \quad (4.39)$$

Решение этого уравнения при краевых условиях  $U(\xi, 0) = 1$ ,  $U(0, \eta) = \exp(\eta)$  имеет вид [29]

$$U(\xi, \eta) = \exp(\eta) \int_0^\eta \exp(\eta) I_0(2\sqrt{\xi h}) d\eta + I_0(2\sqrt{\xi h}),$$

где  $I_0$  - модифицированная функция Бесселя.

Специальные функции  $v, f, \varphi$  определяются на основе функций  $I_n(2\sqrt{\xi h}), U(\xi, \eta)$ , поэтому для их использования необходимы алгоритмы расчета величин  $I$  и  $U$ . Для функции  $U$  в [29] получены представления сходящимися рядами, одно из которых, удобное для вычислений,

$$U(\xi, \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\xi^k \eta^{n+k}}{k!(n+k)!}. \quad (4.40)$$

В реализованной подпрограмме при малых значениях аргументов осуществляется суммирование ряда (4.40) усовершенствованным методом эйлеровской трансформации, а при больших - расчет функции  $U(\xi, \eta)$  по интегральным соотношениям. В подпрограмме вычисления модифицированных функций Бесселя использованы аппроксимации элементарными функциями.

Таким образом, для моделирования динамики теплообменников с помощью приведенного решения необходимы следующие программные модули: расчета коэффициентов системы, характеризующих исходный стационарный режим; вычисления специальных функций; расчета коэффициентов усиления, разгонных характеристик и отклонений температур.

Моделирование динамики теплообменника в линейной постановке задачи состоит из следующих этапов:

расчет распределения температур по длине теплообменника в исходном стационарном режиме численным интегрированием системы уравнений статики (2.2) или (2.15) и коэффициентов нелинейной модели динамики;

расчет среднеинтегральных коэффициентов линейной модели динамики на основе коэффициентов нелинейной модели, определенных на предыдущем шаге;

определение аргументов для расчета разгонных характеристик;

расчет разгонных (временных) характеристик теплообменника, который прекращается после выхода всех характеристик на стационарный режим.

Итак, расчет начального распределения температур в теплообменнике осуществляется в подпрограмме `beg2p` численным интегрированием уравнений (2.2). Результатом расчета является массивы начального распределения температуры прямого потока, температуры обратного потока и температуры стенки трубы.

Эти величины преобразуются в коэффициенты линейной модели динамики с помощью подпрограммы `codyn`. Интегрирование в этой подпрограмме осуществляется по формуле Симпсона.

Результатом вычислений является массив, элементы которого:

- коэффициент теплоотдачи внутри труб;
- коэффициент теплоотдачи в межтрубном пространстве;
- теплоемкость внутритрубного потока;
- теплоемкость межтрубного потока;
- масса теплоносителя внутри труб в единице длины канала;
- теплоемкость разделяющей стенки.

Аргументы для расчета временных характеристик являются громоздкими функциями коэффициентов линеаризованной модели и других величин, поэтому для их определения реализована подпрограмма `argh`. Результатом вычислений является массив коэффициентов линеаризованной модели динамики, элементы которого  $\xi^*$ ,  $\varepsilon^*$ ,  $T_w^*$ ,  $T_h^*$ ,  $L_c$  соответствуют входным параметрам подпрограммы `gxdyn` и являются аргументами для расчета временных характеристик.

Расчет временных характеристик теплообменников осуществляется с помощью подпрограммы `gxdyn`. Выходным параметром является массив временных характеристик  $h_{TT1}$ ,  $h_{vT1}$ ,  $h_{Tv1}$ ,  $h_{vv1}$ ,  $h_{TGh}$ ,  $h_{vGh}$ ,  $h_{TGc}$ ,  $h_{vGc}$ .

Подпрограмма `gxdyn` вызывается в цикле по времени переходного процесса. В этой подпрограмме осуществляются следующие вычисления:

1. Расчет времени транспорта. Если текущее время меньше времени транспорта, то выход, иначе переход к следующему шагу.
2. Расчет коэффициентов уравнений разгонных характеристик.
3. Расчет аргументов специальных функций динамики.
4. Расчет специальных функций динамики вызовом подпрограммы `SFD`.

Подпрограмма `sfd` вызывает подпрограмму `udyn` расчета функции  $U(\xi, \eta)$ . В подпрограмме `udyn` осуществляется суммирование ряда (4.40) методом Эйлера и расчет модифицированных функций Бесселя.

5. Расчет массива разгонных характеристик, являющегося выходным параметром подпрограммы.

Линейную модель можно использовать для исследования динамики конвективных теплообменников и расчета переходных режимов в их системах. Частными случаями полученных решений являются переходные характеристики теплоизолированных трубопроводов и аппаратов с неизменной температурой одного из теплоносителей (конденсаторов и испарителей).

Вся исходная информация для решения линейных уравнений динамики и получения временных характеристик теплообменников содержится в результатах их статического расчета. Поэтому аналитическое решение уравнений динамики в форме временных характеристик целесообразно использовать на стадии проектирования КС, определяя время переходных процессов в теплообменниках вслед за их проектным расчетом.

Аналитическое решение системы уравнений динамики (4.35) получено на основе допущения о постоянстве коэффициентов

уравнений. Значения этих коэффициентов целесообразно принимать равными среднеинтегральным по длине аппарата значениям переменных коэффициентов, зависящих от температур. Тогда при одинаковых начальных условиях решение линейных уравнений динамики с постоянными коэффициентами совпадает с решением идентичной системы с переменными коэффициентами [30].

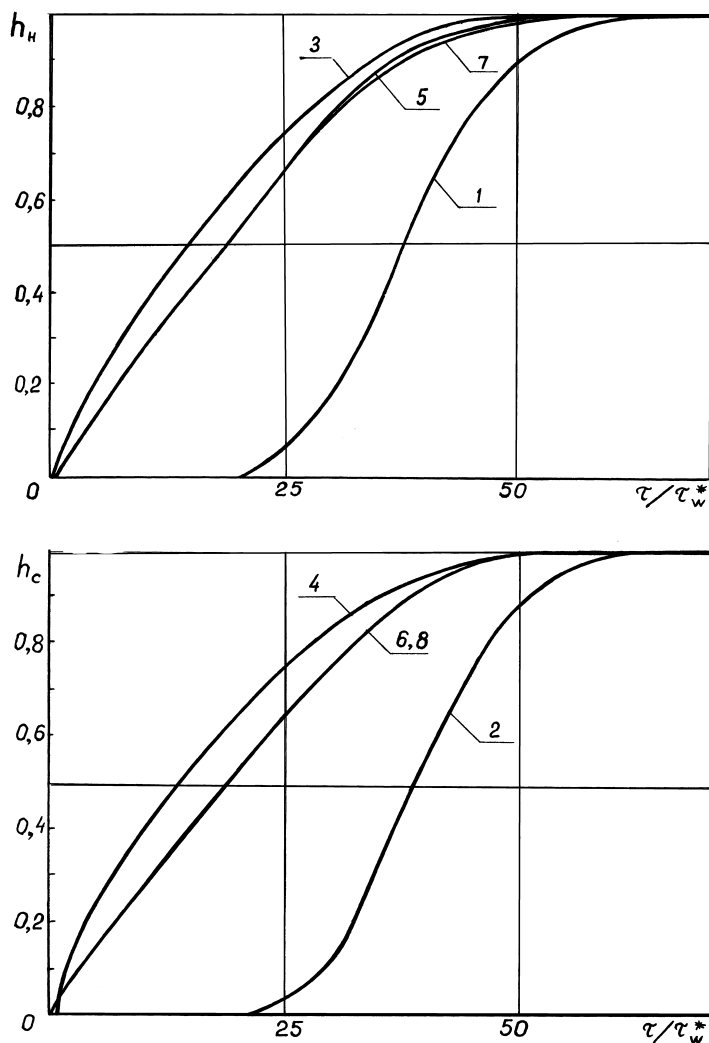


Рис.4.1. Временные характеристики теплообменника 1:

1 -  $h_{HHI}$ ; 2 -  $h_{CHI}$ ; 3 -  $h_{HCI}$ ; 4 -  $h_{CCI}$ ; 5 -  $h_{HGH}$ ; 6 -  $h_{CGH}$ ; 7 -  $h_{HGC}$ ; 8 -  $h_{CGC}$

Временные характеристики представляют собой реакцию на скачкообразное возмущение входных величин. Они дают достаточно полное представление об инерции передачи возмущений со входа на выход моделируемого объекта и позволяют определить время переходных процессов.

Результаты расчетов динамики теплообменников КГУ по линеаризованной модели приведены в табл.4.2 - 4.4 и на рис.4.1 - 4.3.



Исходным принимался один из рефрижераторных КРР установки КГУ-500/4,5. Полученные данные позволили сделать некоторые выводы о динамических свойствах теплообменников КГУ.

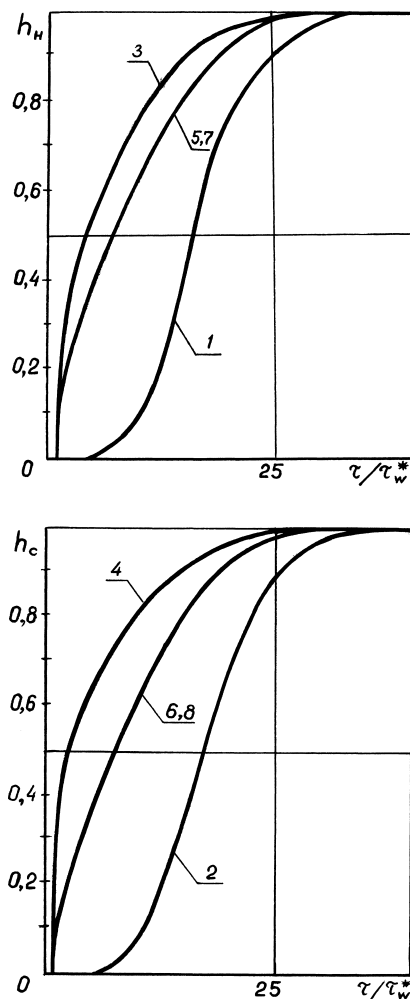


Рис.4.2. Временные характеристики теплообменника II:

1 -  $h_{HHI}$ ; 2 -  $h_{CH1}$ ; 3 -  $h_{HCI}$ ; 4 -  $h_{CCI}$ ; 5 -  $h_{HGH}$ ; 6 -  $h_{CGH}$ ; 7 -  $h_{HGC}$ ; 8 -  $h_{CGC}$

Малые значения комплекса  $\varepsilon^*$ , характеризующего соотношение интенсивностей теплообмена внутри труб и в межтрубном пространстве, типичны для теплообменников газ-газ. Повышение  $\varepsilon^*$  приводит к уменьшению инерционности процесса.

Значение  $T_w^* \gg T_h^*$  также характерно для трубчатых теплообменников. Увеличение каждого комплекса удлиняет переходный процесс в теплообменнике. Тепловая емкость металла, характеризуемая параметром  $T_w^*$ , является основным фактором, влияющим на длительность переходного процесса.

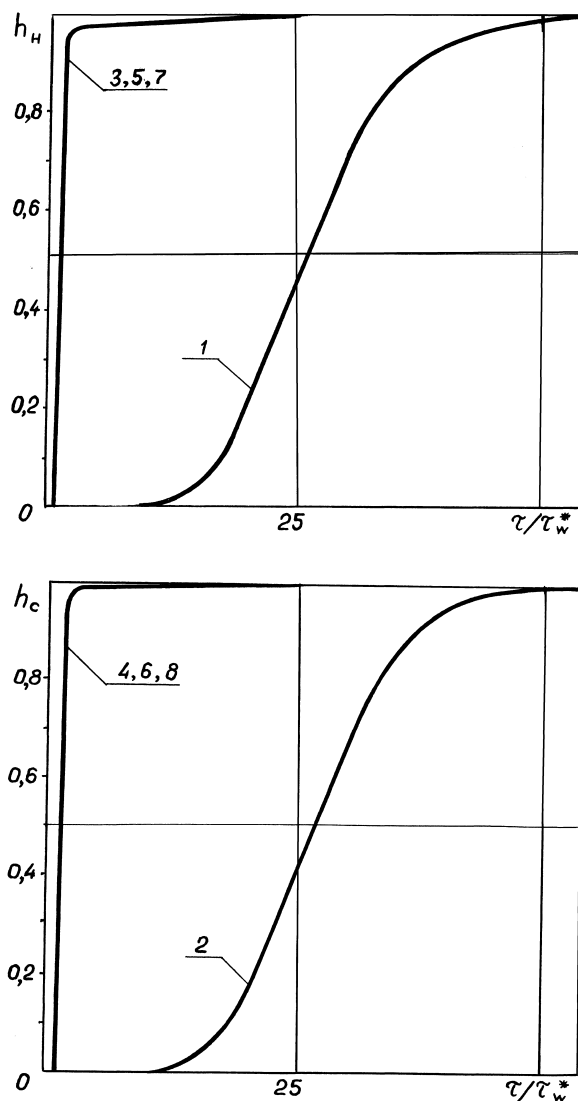


Рис.4.3. Временные характеристики теплообменника IV:

1 -  $h_{HHI}$ ; 2 -  $h_{CH1}$ ; 3 -  $h_{HCI}$ ; 4 -  $h_{CCI}$ ; 5 -  $h_{HGH}$ ; 6 -  $h_{CGH}$ ; 7 -  $h_{HGC}$ ; 8 -  $h_{CGC}$

Таблица 4.2

Коэффициенты линейной модели динамики теплообменников КГУ-500

Номер по рис. 2.1	$\bar{\alpha}_h,$ кВт/м <sup>2</sup>	$\bar{\alpha}_c,$ кВт/м <sup>2</sup>	$\bar{c}_h,$ кДж/кгК	$\bar{c}_c,$ кДж/кгК	$m/l \times 10^3,$ кг/м	$c_w \times 10^3,$ кДж/кгК
1	1,845	0,381	5,199	5,194	3,886	307,600
2	2,212	0,494	5,235	5,196	8,476	191,900
3	2,245	0,546	5,327	5,206	14,446	94,800
4-a	1,539	0,295	5,527	5,227	20,282	55,500
4-b	1,017	0,245	5,386	5,227	11,941	55,500
5	2,279	0,817	6,456	5,475	38,451	2,090
6	3,568	0,914	5,331	6,047	53,308	0,448
7	3,565	1,020	7,105	9,040	47,637	0,156

## Динамика теплообменников с распределенными параметрами

Специфическими особенностями криогенных теплообменников является быстрое снижение  $T_w^*$  при достижении гелиевых температур и  $T_w^* \approx T_h^*$ . Вследствие малой тепловой емкости металла время переходных процессов ( $\max \tau - \tau_{tr}$ ) в 3-м и 4-м теплообменниках порядка 10 с, в теплообменниках 5, 6, 7 меньше 1 с, а для теплообменников 6, 7 практически равно 0. Поэтому нижние теплообменники КГУ могут полагаться безинерционными объектами.

Таблица 4.3

Исходные величины для расчета временных характеристик

Номер по рис 2.1	$\xi^*$	$\epsilon^*$	$T_w^*$	$T_h^*$	$L_c$
1	60,704	0,01575	110,215	0,01106	0,02845
2	33,150	0,02782	56,671	0,0205	0,04722
3	15,336	0,10980	25,553	0,0378	0,19572
4-a	50,607	0,03846	11,563	0,05683	0,07835
4-b	51,447	0,03087	18,326	0,0404	0,04860
5	25,250	0,06668	0,8065	0,1608	0,07974
6	10,045	0,08930	0,0340	0,1201	0,16050
7	7,277	0,12760	0,1145	0,1482	0,21510

Таблица 4.4

Результаты расчета динамики теплообменников КГУ-500/4,5 по линеаризованной модели

N по рис.2.1	$\tau_{TI}, c$	$\tau_{vTI}, c$	$\tau_{Tvl}, c$	$\tau_{vvl}, c$	$\tau_{TGC}, c$	$\tau_{vGC}, c$	$\tau_{Tgh}, c$	$\tau_{vGh}, c$	$\max \tau, c$
1	109,8	112,0	94,4	94,4	97,7	98,9	96,6	98,8	112,0
2	36,4	36,9	30,7	31,3	31,8	32,4	31,8	32,4	36,9
3	10,0	10,3	8,2	8,2	8,8	9,0	8,8	9,0	10,3
4-a	12,8	13,0	11,0	11,0	11,5	11,5	11,4	11,5	13,0
4-b	18,2	18,4	15,5	15,5	16,0	16,2	16,0	16,2	18,4
5	4,48	4,49	4,31	4,34	4,35	4,34	4,35	4,35	4,49
6	1,216	1,217	1,207	1,207	1,209	1,209	1,209	1,209	1,217
7	1,081	1,081	1,078	1,078	1,081	1,078	1,078	1,078	1,081