

РАСЧЕТ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ

7.1. Постановка и решение задачи расчета квазистационарных режимов работы КГУ

При автоматизированном проектировании КГУ необходимо исследовать влияние отдельных элементов схемы и условий эксплуатации установки на ее основные характеристики. На работу КС оказывают влияние параметры состояния окружающей среды и охлаждаемого объекта, которые изменяются во времени. В связи с этим реальные режимы работы КС существенно отличаются от основного расчетного режима, на который она проектируется. При эксплуатации КГУ время переходного режима значительно меньше времени охлаждения объекта, поэтому работу КГУ можно рассматривать как последовательность квазистационарных режимов.

Традиционные методики расчета КРР КГУ были малоприспособлены при больших отклонениях от основного расчетного режима, неприменимы при моделировании установок средней и большой производительности, включающих трехпоточные теплообменники и несколько детандеров. Это потребовало формулировки задачи расчета КРР КГУ в виде задачи нелинейного программирования с ограничениями типа равенств и двусторонними ограничениями на переменные,

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in X \\ X = \{ x \in E^n; g(x) = 0 \}. \end{aligned} \tag{7.1}$$

В соответствии с классификацией раздела 6.2 задача (7.1) относится к пятому классу задач технологического проектирования. Основное отличие этой задачи заключается в уровне сложности моделей элементов КС, которые должны обеспечить моделирование системы в целом с точностью экспериментальных исследований.

Для решения задачи (7.1) необходим комплекс модулей единиц оборудования, описываемых уравнениями вида (6.15) и позволяющих при заданных входных величинах сложной системы рассчитать выходные величины. Сложная техническая система, какой является КГУ, характеризуется большим числом уравнений и переменных, однако учет специфики задачи моделирования КРР КГУ позволяет существенно уменьшить число переменных, поскольку отдельные элементы в системе связаны только с последующими и предыдущими.

Так как технологическая схема КГУ замкнута и содержит обратные связи, для расчета КРР необходимо выполнить некоторую итерационную процедуру. Чтобы при заданных значениях варьируемых переменных рассчитать схему как последовательность элементов, следует где-либо в схеме разорвать обратный поток. Для совпадения результатов расчета разомкнутой схемы с результатами расчета замкнутой необходимо совпадение количественных характеристик разорванного потока в точке разрыва, что, по-существу, является ограничением типа равенства. К ним относятся также ограничения, характерные для данной схемы установки. Естественно, что на варьируемые переменные накладываются двусторонние ограничения, устанавливающие их область определения.

В схеме установки, показанной на рис. 2.1, в рефрижераторном режиме без предварительного азотного охлаждения прямой поток направляется в гелиевые теплообменники. При разрыве обратного потока в месте, отмеченном двумя волнистыми линиями (точки 9' и 9''), конкретные выражения, входящие в (7.1), имеют вид:

$$\min f(x) = Q - G_8 [h(p_9, T_9) - h(p_8, T_8)]; \quad (7.2)$$

$$g_1(x) = p_{10} - (p_9 + \Delta p_6) = 0; \quad g_2(x) = T_{9'} - T_{9''} = 0;$$

$$g_3(x) = T_5 - T_{15} = 0; \quad g_4(x) = T_{10'} - T_{10''} = 0;$$

$$T_2 - \Delta T \leq x_1 \leq T_2; \quad 0,9 \leq x_2 \leq 1,0;$$

$$0 \leq x_3 \leq 1,0; \quad p_{\min} \leq x_4 \leq p_{\max}; \quad 0 \leq x_5 \leq 1,0.$$

В качестве независимых переменных задачи (7.2) выбраны температура обратного потока на выходе из КГУ, $x_1 = T_2$; степени расширения газа в ТД $x_2 = p_{15} / p_4$; $x_3 = p_{10'} / p_{16}$; давление прямого потока на выходе из компрессора $x_4 = p_1$; отношение давлений в дросселе $x_5 = p_{8'} / p_{7'}$.

По существу, задача (7.2), представляет собой расчет КРР при заданных холодопроизводительности Q , температуре среды T_1 и давлении (температуре) в испарителе p_9 (T_9). В случае ожижителя рассчитывается режим с заданным количеством жидкого гелия G_{18} , выводимого из установки, при известных температурах среды T_1 и прямого потока после азотной ванны T_3 .

При помощи модификации метода штрафных функций [73] решаемая задача сведена к безусловной минимизации

$$\min F(x) = [f(x) - f(x^*)]^2 + \sum_{i=1}^p g_i^2(x), \quad (7.3)$$

где $f(x^*)$ - значение функции (7.2) в точке минимума, в рассматриваемом случае близкое к нулю.

В соответствии с постановкой задачи (7.2) для расчета КРР необходимо определить среднеинтегральные характеристики всех теплообменников с последующим поиском минимума функционала (7.3). Подпрограмма, в которой вычисляются значения минимизируемого функционала, моделирует установку в целом с помощью вызовов модулей единиц оборудования и передачи информации между ними.

Для минимизации функционала (7.3) был применен симплексный поиск, обобщенный Нелдером и Мидом [75] на случай двусторонних ограничений на переменные. Поиск оканчивался при выполнении одного из условий: $F(x) \leq \varepsilon$, $N \geq N_{max}$, где ε , N_{max} - заданное малое число и максимальное число итераций. Опыт расчета КРР показал, что этот метод не всегда позволяет найти приемлемое решение. Поэтому были выполнены реализация и проверка эффективности других методов безусловной минимизации нулевого порядка.

При перемещении многогранника с $n+1$ вершиной в E^n в соответствии с техникой симплексного поиска многократное отображение

недопустимых вершин приводит к „сплющиванию“ многогранника и поиск минимума продолжается в некотором подпространстве переменных. Вследствие этого поиск существенно замедляется, либо вообще прекращается вдали от экстремальной точки. Чтобы избежать этих трудностей, Боксом [63] был предложен поиск по многогранникам с числом вершин $q > n + 1$, называемым комплексами. Лишние вершины добавляют для того, чтобы поиск всегда проводился в пространстве полной размерности.

Наилучшие результаты позволил получить алгоритм, в котором сочетаются комплексный поиск Бокса с основными этапами симплексного поиска Нелдера и Мида - отображением, расширением, сжатием и полным сокращением. Начальный многогранник строится с q вершинами, кроме того, не выдерживается требование его правильности. Это связано с тем, что q -мерный правильный многогранник не всегда существует, но даже если он и существует, его построение трудоемко и неоправданно. Поэтому координаты вершин комплекса вычисляются по формуле

$$b_{i,j} = x_j^0 + a(2R - 1), \quad (7.4)$$

где a - параметр; $b_{i,j}$ - вершины комплекса, $i = 1, 2, \dots, q$; $j = 1, 2, \dots, n$; R - случайные числа, равномерно распределенные на интервале $(0, 1)$.

При „хорошем“ начальном приближении комплексный метод позволяет найти решение x^* , приемлемое с точки зрения значения $F(x)$, при несколько большем числе вычислений минимизируемого функционала. При „плохом“ начальном приближении комплексный поиск, в отличие от симплексного, также приводит в точку экстремума. Многократное вычисление значений $F(x)$ вблизи минимума объясняется „стягиванием“ всех вершин комплекса к лучшей вершине с помощью полного сокращения. Платой за полученное решение является увеличение времени вычислений примерно в два раза. На основе опыта вычислений можно рекомендовать значение, $q = 2n$ и минимально допустимое количество итераций 100 - 120.

Алгоритм использован для моделирования КРР установки КГУ - 250/4,5. Зависимость температур в узлах схемы установки от массового расхода детандерного потока приведена на рис.7.1.

Поскольку величина G_d , определяется, в первую очередь, температурой и давлением перед 1-м ТД (рис. 2.1.), результаты машинного моделирования при расчете КГУ „сверху вниз“ были тем ближе к опытным значениям температур, чем ближе были к ним значения T_4 .

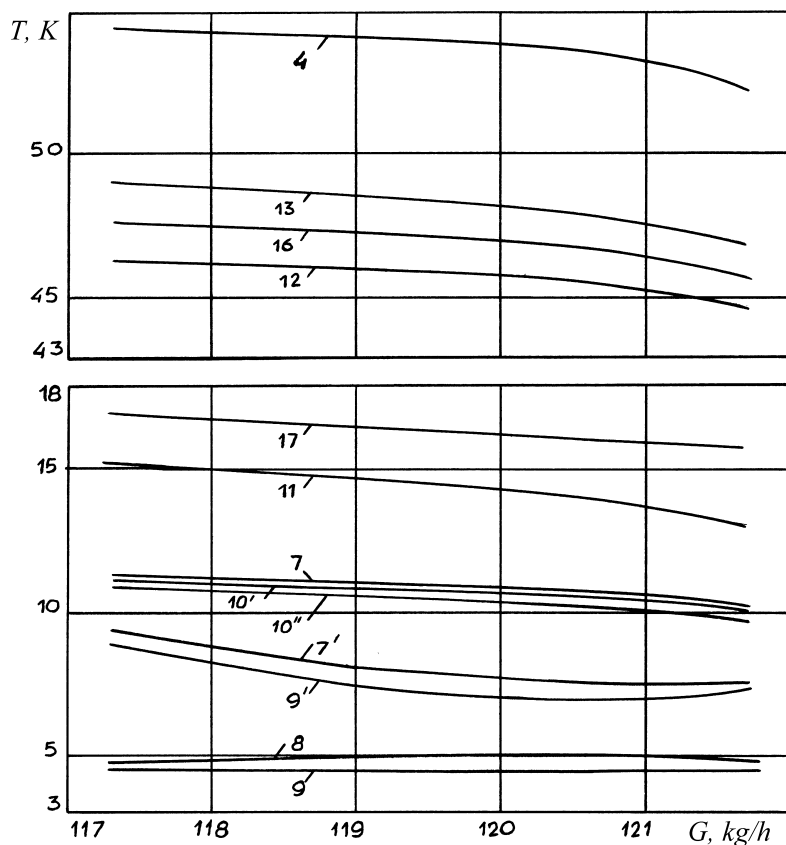


Рис.7.1. Зависимости температур в узлах схемы установки от величины детандерного потока. Цифры соответствуют номерам точек рис.2.3

Расчетные температуры отклонялись от экспериментальных [31] не более, чем на 2,5 К и практически совпадали с ними в нижних ступенях установки (табл.7.1) [9].

Для более точного моделирования КРР в постановке задачи (7.1) минимизируемый функционал и ограничения были записаны в виде

$$\min f(x) = \zeta_1 [Q - G_8 [h(p_9, T_9) - h(p_8, T_8)]]; \quad (7.5)$$

$$g_1(x) = U_1 \{ \zeta_2 [p_{10''} - (p_9 + \Delta p)] \} = 0;$$

$$g_2(x) = T_{9'} - T_{9''} = 0;$$

$$g_3(x) = U_2 (T_5 - T_{15}) = 0;$$

$$g_4(x) = U_3 (T_{10'} - T_{10''}) = 0;$$

$$g_5(x) = U_4 (T_1 - \hat{T}_1) = 0,$$

где ζ_i - весовые коэффициенты; U_i - оператор Хевисайда,

$$U_i = 0 \text{ при } g_i(x) < \min g_i(x) \text{ и } U_i = 1 \text{ при } g_i(x) \geq \min g_i(x).$$

Таблица 7.1

Расчетные и экспериментальные температуры и давления в рефрижераторном КРР КГУ-250/4,5

N_T	\hat{T}, K	T, K	\hat{p}, MPa	p, MPa	$G, кг/с$
1	289,80	289,8	2,101	2,104	0,055
2	284,88	284,9	0,100	0,100	0,055
3	129,55	-	2,011	2,010	0,055
4	53,97	54,0	-	-	0,055
5	44,39	-	-	-	0,022
6	23,51	-	-	-	0,022
7	10,82	10,8	1,971	-	0,022
7	8,05	7,7	-	-	0,022
9'	17,00	-	0,503	0,510	0,022
9''	15,31	5,1	-	-	0,022
9	4,61	4,61	0,137	0,140	0,022
9'	110,72	10,7	-	-	0,022
9''	110,65	10,5	0,122	0,129	0,033
11	16,81	14,4	-	-	0,055
12	44,30	45,8	-	-	0,055
13	48,18	48,3	-	-	0,055
14	124,44	-	-	-	0,055
16	47,36	47,1	0,840	0,850	0,033
17	17,32	16,3	0,815	0,822	0,033

Расчет выполнялся от точки отбора детандерного потока „вверх“ и „вниз“ по схеме КГУ. При этом число переменных и ограничений увеличивается на 1. Здесь $x_1 = T_{13}$, $x_6 = T_4$, остальные переменные те же, что в задаче (7.2).

С помощью этой модели были рассчитаны рефрижераторные КРР установки КГУ-500/4,5 с дроссельной СО. Чтобы четко обеспечить

Расчет квазистационарных и нестационарных режимов работы

сходимость, для безусловной минимизации использовался комплексный поиск. Предварительно осуществлялось уточнение начального приближения к переменной x_1 оптимальным одномерным поиском.

В табл.7.2 представлены значения функционала и ограничений в семи рефрижераторных КРР. 30-50 итераций комплексного поиска приводили к приемлемому, с точки зрения значений $F(x)$ и $g(x)$, решению.

Таблица 7.2

Результаты расчета КРР

Режим	$Q, Вт$	$\hat{Q}, Вт$	$F(x)$	$g_1(x)$	$g_2(x)$
1	394	390	0,042	0,000	-0,206
2	405	408	0,754	-0,372	-0,758
3	410	406	0,055	-0,160	0,172
4	395	398	0,490	0,000	0,700
5	389	392	0,318	-0,562	-0,050
6	348	347	0,035	-0,182	-0,040
7	414	415	0,000	0,000	-0,009

Проверка адекватности математической модели реальной КС осуществляется сравнением результатов измерений в ходе процессов в системе с результатами предсказания модели в идентичных условиях. Количественной оценкой при проверке адекватности является критерий адекватности, представляющий некоторую функциональную зависимость от расчетных величин, полученных с помощью математической модели, и экспериментальных значений этих величин, полученных на моделируемом объекте.

Наиболее распространенной формой критерия адекватности является выражение

$$\Phi = 1/k \sum_{i=1}^k \zeta_i f(t_i, \hat{t}_i), \quad (7.6)$$

где k - число измеренных значений переменных; $f(t_i, \hat{t}_i)$ - функция, характеризующая рассогласование расчетных и экспериментальных величин; ζ_i - весовой коэффициент i -го измерения.

Обычно функция $f(t_i, \hat{t}_i)$ представляется в виде квадратичной оценки разности экспериментальных и расчетных значений переменных. Такой подход вполне приемлем, когда значения переменных сравнимы по абсолютной величине. В нашем случае при выборе Φ следует учитывать, что значения температур в узловых точках установки изменяются в широких пределах - от T_{min} до 300 К. Здесь T_{min} - минимальный температурный уровень.

В качестве критерия адекватности моделей типа (7.5) и реальной КГУ принят функционал

$$\Phi = 1/k \sum_{i=1}^k \zeta_i(T)(T_i - \bar{T}_i)^2 = 1/k \sum_{i=1}^k \frac{T_i(T_i - \bar{T}_i)^2}{T - T_{min}}, \quad (7.7)$$

где $\zeta(T_i)$ - дробно-линейная функция с асимптотами $f(T) = 1$ и $T = T_{min}$, параллельными осям координат. Ее свойством является быстрое увеличение вклада в Φ величин $(T_i - \hat{T}_i)^2$ по мере приближения к T_{min} .

Значения отклонений температур и критерия (7.7) в рассчитанных КРР приведены в табл.7.3. Практически во всех узловых точках расчетные значения температур достаточно близки к экспериментальным.

КРР КГУ рассчитывали на основе среднеинтегральных характеристик теплообменников, вычисляемым по начальным приближениям к их температурным уровням работы. Эти характеристики являются сложными функциями температуры и давления и особенно быстро изменяются для 5, 6, 7-го теплообменников при изменении температур на холодном конце. В связи с этим проверены энергетические балансы всех теплообменников при полученном решении (табл.7.4).

Более точное совпадение Q_h и Q_c можно получить, если уточнить характеристики теплообменников и решить задачу повторно. Таким образом, выполняется расчет КРР с учетом нелинейностей, т. е. зависимостей характеристик теплообменников от температур и давлений.

Таблица 7.3.

Отклонения температур и критерии адекватности

N т. (рис. 2.1)	$T_i - \hat{T}_i$ в режиме N						
	1	2	3	4	5	6	7
14	-0,04	-0,06	0,01	0,02	-0,05	0,01	0,003
13	-0,55	0,93	0,83	1,17	1,06	0,64	0,82
11	-0,90	0,12	-1,21	-1,96	-1,81	-4,00	-0,84
15	0,01	-0,06	0,02	0,06	0,76	0,13	0,02
16	0,62	0,51	0,29	0,46	-0,37	2,35	0,61
7	0,79	0,93	0,56	0,01	0,68	-1,15	0,71
10	1,19	1,51	1,02	0,28	1,92	0,75	1,07
10	0,42	0,41	0,19	-0,29	-0,40	-1,61	0,39
8	-0,01	0,02	-0,04	-0,03	-0,05	-0,07	-0,04
Φ	0,636	0,728	0,559	0,750	1,387	3,636	0,564

Таблица 7.4.

Значения $(Q_h - Q_c) / Q_c$, %

Теплооб- менник	Режим N						
	1	2	3	4	5	6	7
11	-0,011	-0,023	-0,015	-0,023	-0,022	-0,013	-0,019
2	-0,033	-0,059	-0,044	-0,059	-0,057	-0,031	-0,059
3	0,435	-0,048	-0,514	-0,462	-0,337	0,326	0,472
4	0,927	0,532	0,681	0,341	0,098	-0,127	0,873
5	0,411	1,802	-1,957	-4,662	-6,411	-10,190	-1,538
6	-0,733	-11,270	7,824	8,928	10,420	2,006	4,578
7	-0,107	14,42	8,738	26,620	18,80	9,974	14,460

7.2. Моделирование и оптимизация рефрижераторных, ожигительных и комбинированных КРР КГУ

Опыт моделирования КРР КГУ и разработка более совершенного математического и программного обеспечения позволили изменить постановку задачи (7.1), (7.2) и сначала реализовать универсальную программу для решения всех задач моделирования КГУ с заданной

технологической схемой, а затем приступить к моделированию КРР с помощью ДС.

Вместо задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств (7.1) решается общая задача нелинейного программирования вида (6.2), где функции и ограничения, их определяющие, задаются алгоритмически. Каждый из модулей системы описывается векторным уравнением (6.15). Модули связаны друг с другом в соответствии со схемой КГУ уравнениями связи. Независимые переменные формулируемой задачи образуются управляющими и входными переменными модулей, качество работы моделируемой системы характеризуется технологическим критерием эффективности (6.17).

В этой постановке можно решать задачи: расчета рефрижераторного КРР с заданной холодопроизводительностью; расчета ожижительного КРР с заданным количеством выдаваемого жидкого гелия; оптимизации рефрижераторного КРР; оптимизации ожижительного КРР; расчета комбинированного КРР с максимальной холодопроизводительностью при заданном количестве выдаваемого жидкого гелия.

Расчет ожижительных КРР установки КГУ-500/4,5 (табл.7.5) показал, что моделирование низкотемпературных двухпоточных теплообменников по алгоритму, основанному на выражениях (2.9) - (2.14), приводит к существенным расхождениям их энергетических балансов (табл.7.6). Поэтому для 6-го и 7-го теплообменников аналитическое решение заменено численным интегрированием системы уравнений (2.2).

Таблица 7.5

Результаты расчета ожижительных КРР

Режим	G , л/ч	$\wedge G$, л/ч	Φ	$F(x)$
1	152,6	153,3	0,792	0,218
2	146,9	138,9	1,841	1,070
3	149,8	149,7	1,075	0,279
4	155,5	153,2	0,967	0,507

Таблица 7.6.

Значения $(Q_h - Q_c) / Q_c$, % в ожижительных режимах

Теплообменник	Режим N			
	1	2	3	4
1	0,096	0,093	0,069	-0,061
2	0,165	0,028	0,189	0,200
3	-0,172	-1,176	-0,182	-0,258
4	2,167	-0,286	1,078	3,164
5	-0,696	-5,370	1,022	0,224
6	-5,378	-3,318	-5,225	38,270
7	0,345	-39,030	-35,900	34,410

Рассмотрим теперь постановку задачи моделирования КРР, принятую в ДС (Рис.7.2):

целевая функция

$$\max Q(x) = - [G_{15} (h_{15} - h_{14}) - G_{30} (h_{14} - h_{30})]; \quad (7.8)$$

ограничения типа равенств:

$$g_1(x) = G_{18} - G_6 + 5,6216 \times 10^{-3} = 0; \quad (7.9)$$

$$g_2(x) = T_{10} - T_{34} = 0; \quad g_4(x) = T_4 - T_{36} = 0;$$

$$g_3(x) = T_{17} - T_{35} = 0; \quad g_5(x) = d_1 (G_{25} - G_{26}) = 0;$$

где d_1 - константа, $d_1 = 100$;

ограничения типа неравенств:

$$h_1(x) = d_1 (T_{10} - T_{17}) > 0; \quad (7.10)$$

$$h_2(x) = d_1 (T_{11} - T_{12}) > 0; \quad h_3(x) = d_2 (6,8 - T_{13}) > 0;$$

$$h_4(x) = T_{27} - 9,4 > 0; \quad h_5(x) = 13,2 - T_{27} > 0;$$

$$h_6(x) = 0,5 - \varepsilon_{15} > 0; \quad h_7(x) = \varepsilon_{15} - 0,3 > 0;$$

$$h_8(x) = T_5 - T_{31} > 0; \quad h_9(x) = 10 - T_{13} > 0;$$

$$h_{10}(x) = p_1 - 1,7 > 0; \quad h_{10}(x) = 2,4 - p_1 > 0;$$

$$h_{12}(x) = T_{24} - 40 > 0; \quad h_{13}(x) = G_{28} > 0;$$

$$h_{14}(x) = d_3 (4100 - n_{15}) > 0; h_{15}(x) = d_3 (n_{15} - 3100) > 0;$$

$$h_{16}(x) = d_3 (2800 - n_{14}) > 0; h_{17}(x) = d_3 (n_{14} - 2250) > 0;$$

$$h_{18}(x) = d_2 (T_4 - T_5) > 0; \quad h_{19}(x) = 1 - \varepsilon_{12} > 0,$$

где постоянные коэффициенты $d_1 = 0,1$; $d_2 = 10$; $d_3 = 10^{-4}$.

В качестве независимых переменных приняты: температуры и энтальпии в точках схемы $x_1 = T_4$, $x_2 = T_5$, $x_3 = T_{22}$, $x_4 = h_{14}$; массовый расход $x_5 = G_{28}$; давление $x_6 = p_1$; степени расширения в дросселе $x_7 = \varepsilon_{11}$ и детандере $x_8 = \varepsilon_{15}$; частоты вращения роторов ТД 14, 15 $x_9 = n_{15}$, $x_{10} = n_{14}$.

Таким образом, здесь моделируется КРР с максимальной холодопроизводительностью при заданном количестве выдаваемого жидкого гелия. Для теплообменников 1 - 5, 21 применено аналитическое, а для теплообменников 8, 9 - численное моделирование. ТД 14, 15 рассчитываются по первой модели из раздела 3.1, в соответствии с которой определяются массовый расход, давление и температура на выходе при известных геометрических и режимных параметрах, давлении и температуре на входе, степени расширения ε , частоте вращения ротора n .

Технологическая схема КГУ замкнута и содержит обратные связи. Поэтому, чтобы при заданных значениях варьируемых переменных рассчитать схему как последовательность элементов, следует где-либо в схеме разорвать потоки. Элементы 7, 13, 18 имитируют точки разрыва в технологической схеме. Однократные расчеты КРР при заданном векторе x выполняются в следующих направлениях: от входа гелия (точка 1) до точки разрыва 36 „сверху вниз“ по технологической схеме; от выхода гелия из азотной ванны до точек разрыва

10, 17 „сверху вниз“ по схеме; от гелиевого сосуда до точек разрыва 34, 35 „снизу вверх“ по схеме.

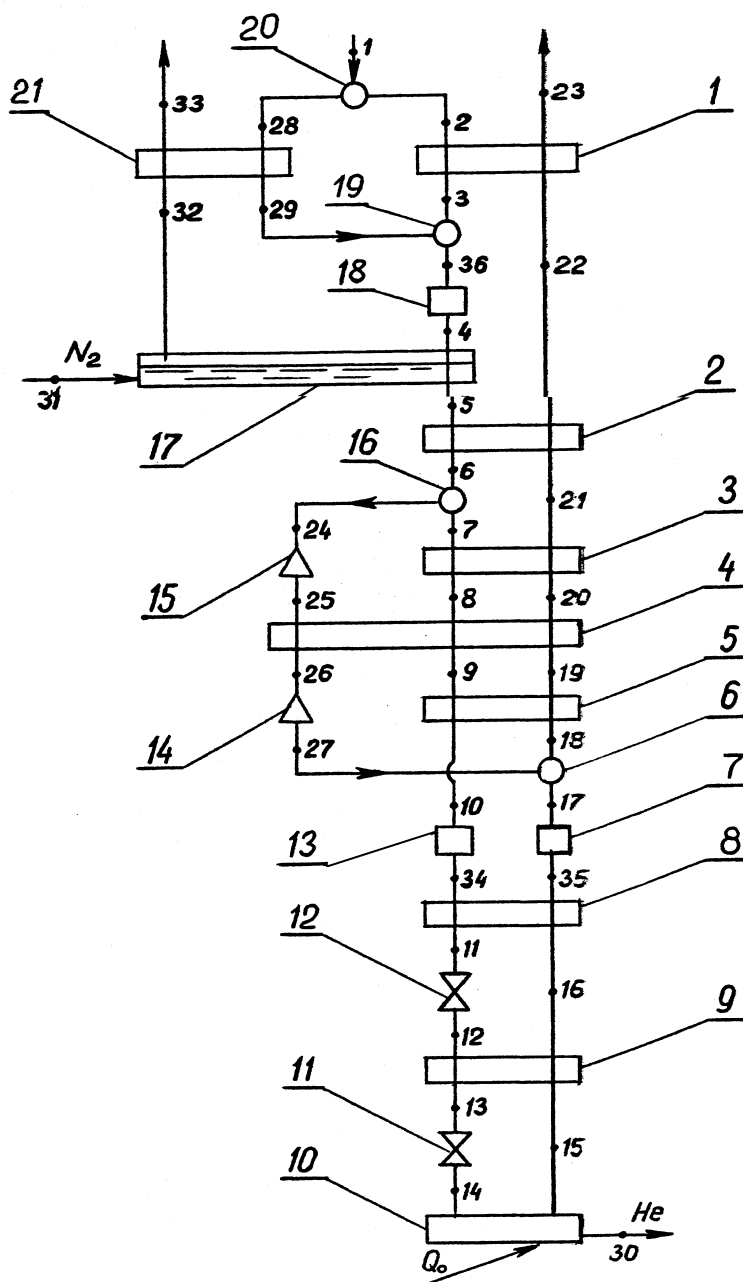


Рис.7.2. Структурная схема КГУ в задаче расчета КРР:

1-5, 8, 9, 21 - теплообменники; 6,19 - смесители; 7,13,18 - точки разрыва; 10 - гелиевый сосуд; 11,12 - дроссели; 14,15 - турбодетандеры; 16,20 - разделители; 17 - азотная ванна

Равенства $g_2(x)$, $g_3(x)$, $g_4(x)$ обеспечивают совпадение температур потоков в точках разрыва, а равенство $g_5(x)$ - совпадение расчетных значений расхода в ТД 1-й и 2-й ступеней.

Например, в КРР с расходом жидкого гелия $G = 4,62$ г/с получена $\max Q = 69,5$ Вт при следующих значениях переменных: $T_4 = 94,4$ К; $T_5 = 81,8$ К; $T_{22} = 80,2$ К; $h_{14} = 22,0$ кДж/кг; $G_{28} = 6,0$ г/с; $p_1 = 2,24$ МПа; $\varepsilon_{11} = 0,068$; $\varepsilon_{15} = 0,495$; $n_{15} = 3000$ с⁻¹; $n_{14} = 2670$ с⁻¹. Невязки температур в точках разрыва составили $g_2(x) = -0,51$ К; $g_3(x) = 0,54$ К; $g_4(x) = 0,09$ К при полностью выполненных остальных ограничениях.

Определена характеристика установки КГУ-500/4,5, т.е. зависимость рефрижераторной нагрузки от ожижительной (рис.7.3). В режиме с дросселем в СО и предварительным азотным охлаждением при увеличении рефрижераторной нагрузки давление на входе в ТД 1-й ступени уменьшалось от 2,14 МПа при $q = 0$ до 1,61 МПа при q max, температура от 48 до 35 К (рис.7.4а). Обнаружены экстремумы на зависимостях температур прямого потока после ТД 2-й ступени и обратного потока на входе в 4-й и 5-й теплообменники от значения ожижительной нагрузки (рис.7.4б).

Задача расчета характеристики установки была успешно решена благодаря диалоговой связи между пользователем и программами ДС. Таким образом, разработанные методология и программные средства позволяют, как решать задачи моделирования существующих установок, так и использовать ДС ПМКС для целей проектирования КГУ и КС.

7.3. Постановка и решение задачи расчета нестационарных режимов работы КГУ

Для расчета нестационарного режима работы (НРР) сложной технической системы, какой является КГУ, необходимы математические модели и алгоритмы динамики отдельных модулей единиц оборудования и алгоритм, моделирующий систему в целом.

Математические модели, описывающие нестационарные режимы отдельных модулей, представляют в виде уравнений с частными производными (модули с распределенными параметрами), обыкновенных дифференциальных уравнений (модули с сосредоточенными параметрами) и алгебраических уравнений (безинерционные модули).

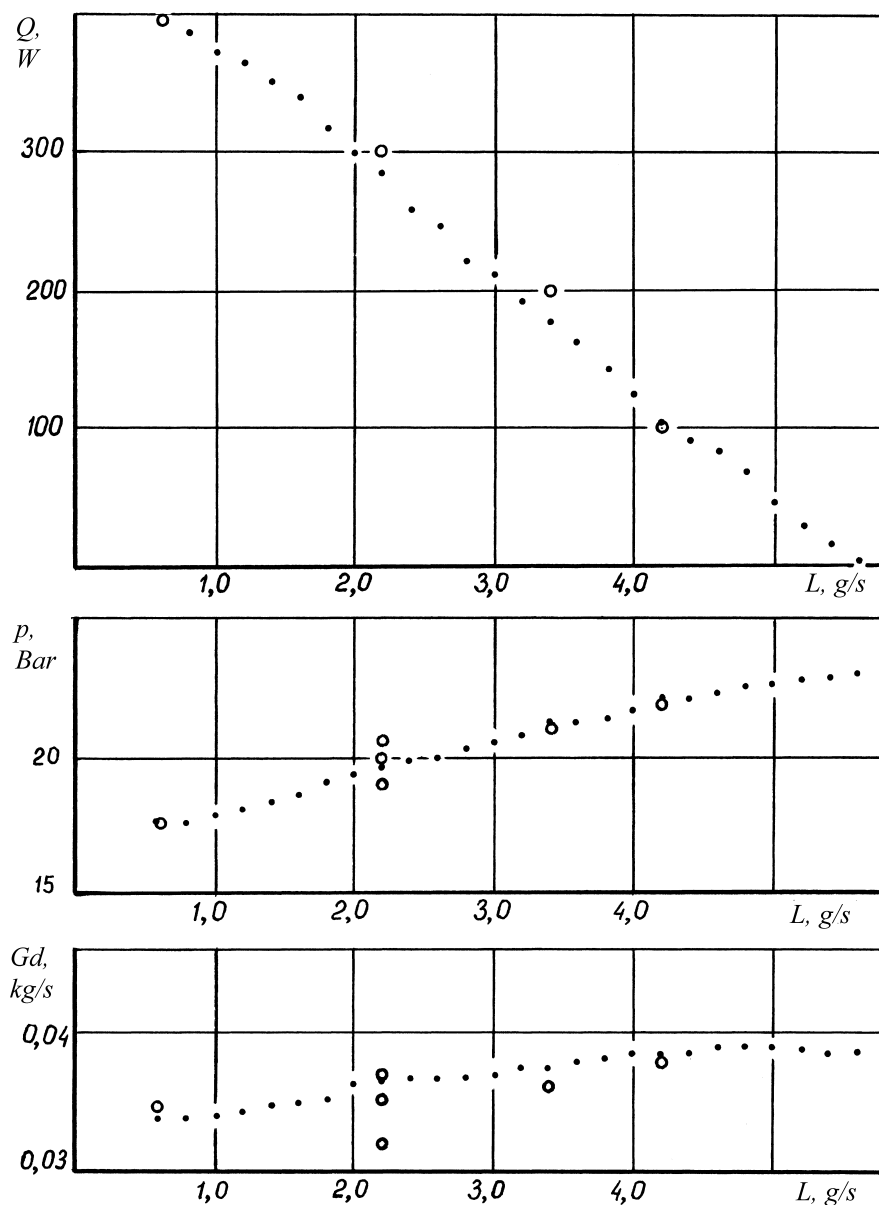


Рис.7.3. Характеристика установки КГУ-500/4,5 в комбинированных режимах работы с азотной ступенью предварительного охлаждения и дросселем в СО: - ● - расчетные, о - экспериментальные значения

Структура сложной системы устанавливается соотношениями связи между модулями вида

$$\mathbf{A}_i^{k+1}(\tau) = \mathbf{B}_i^k(\tau - \tau_s), \quad (7.11)$$

где \mathbf{A}_i^{k+1} - i -й вектор входных переменных $k+1$ модуля; \mathbf{B}_i^k - i -й вектор выходных переменных k -го модуля; τ_s - время запаздывания передачи потока от одного модуля к другому, $\tau_s \geq 0$.

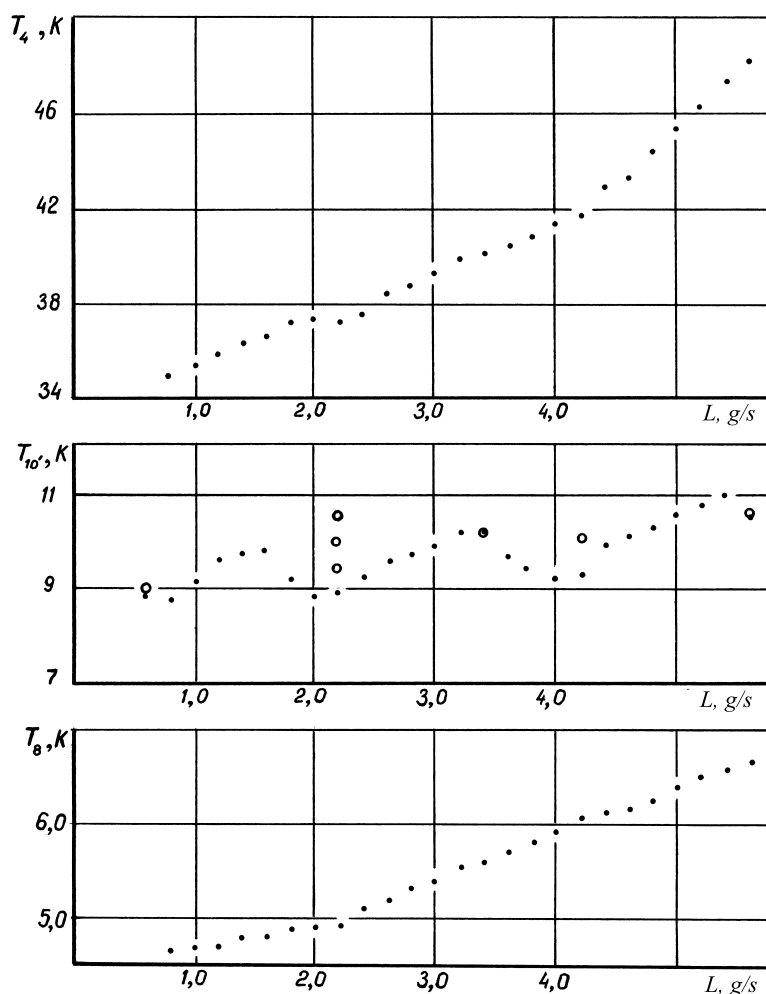


Рис.7.4а. Температуры прямого потока в комбинированных КРР.
Номера точек соответствуют рис.2.3.

Таким образом, моделирование НРР КГУ сводится к совместному решению системы дифференциальных и алгебраических уравнений при начальных условиях, заданных для отдельных модулей установки, и граничных условиях, характеризующих отклонение от стационарного режима

В КГУ к модулям с распределенными параметрами относятся теплообменники и адсорберы, к безинерционным - турбодетандеры и дроссели. Теплообменники низкотемпературных ступеней КГУ вследствие малой тепловой емкости металла при гелиевых температурах также можно полагать безинерционными модулями с параметрами, распределенными по длине, и описываемыми обыкновенными нелинейными дифференциальными уравнениями.

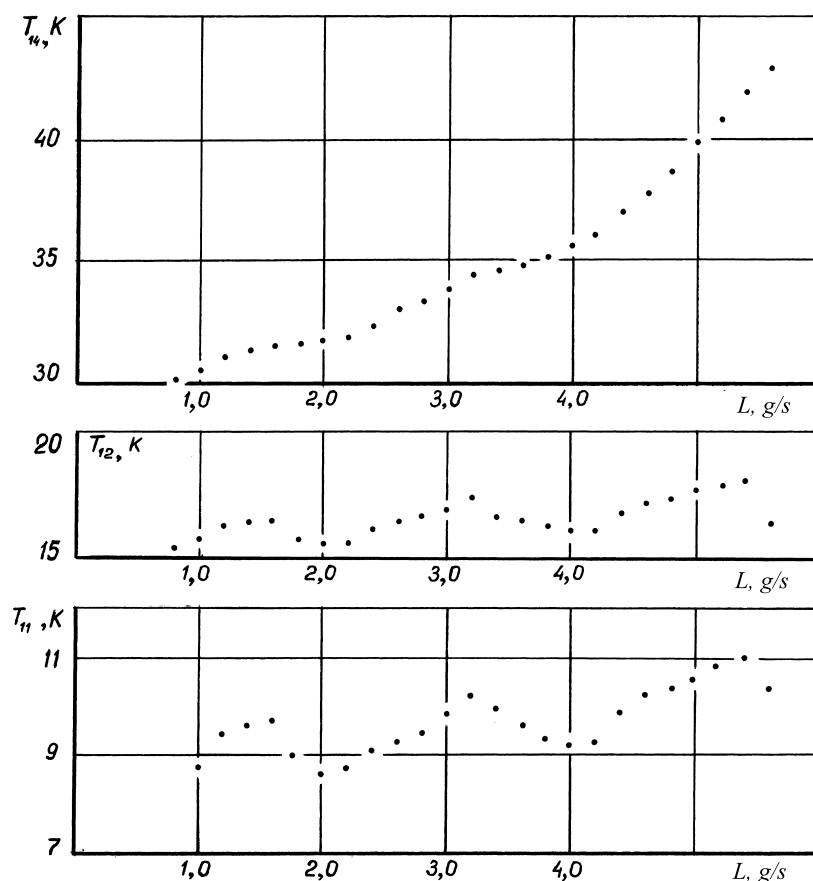


Рис.7.4б. Температуры обратного потока в комбинированных КРР.
Номера точек соответствуют рис.2.3.

Возможны параллельный и последовательный методы расчета НРР. При параллельном методе расчета выполняется одновременное интегрирование уравнений, описывающих отдельные модули, с одним и тем же шагом во времени. Использование неявных разностных схем позволяет существенно увеличить шаг интегрирования, но требует решения системы уравнений на каждом шаге.

В случае последовательного метода расчета для каждого модуля применяется свой шаг интегрирования, и уравнения моделей отдельных модулей интегрируют автономно. Поскольку отдельные модули в системе связаны друг с другом, необходима стыковка решений, полученных для отдельных модулей. Для этого вводится шаг интегрирования схемы, для каждого интервала которого проводят стыковку решений отдельных модулей, полученных независимо друг от друга.

Каждому из описанных подходов к расчету НРР свойственны определенные достоинства и недостатки. В настоящей работе приме-

нен последовательно-параллельный подход, в котором уравнения моделей отдельных модулей интегрируют автономно, но с шагом, одинаковых для всех модулей.

Известно, что расчет КРР КГУ основывается на разрыве обратных потоков в ней и последующем расчете разомкнутой схемы. Для того, чтобы режим в разомкнутой схеме соответствовал режиму в замкнутой, необходимо решить некоторую систему уравнений или эквивалентную задачу математического программирования. При расчете нестационарных режимов систему необходимо решать на каждом шаге численного интегрирования во времени, что предъявляет особые требования к скорости сходимости методов решения и быстрдействию соответствующих подпрограмм для ЭВМ.

Одним из методов решения нелинейных систем является минимизация функционала $F(x) = \sum f_i^2(x)$. Опыт решения краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, а также анализ и сопоставление ряда алгоритмов показали, что здесь наиболее приемлемым является метод прямого поиска Хука и Дживса. В методе Хука и Дживса [63] осуществляется логически простая стратегия поиска, состоящая из двух основных этапов: поиск вокруг базисной точки и поиск в направлении, выбранном для минимизации. При $N_{max} = 20 - 30$ можно получить решение, приемлемое по значению $F(x)$.

Рассмотрим характер распределения основных характеристик потоков по трактам КГУ (рис.2.3). Изменение температуры прямого потока распространяется от одного теплообменника к другому со скоростью движения этого потока и, следовательно, с запаздыванием, определяемым временем транспорта. Малым длинам внутриблочных коммуникаций и труб теплообменников соответствует небольшое время прохождения прямого потока при его большой скорости (табл.7.7).

Изменение температуры обратного потока также распространяется последовательно по аппаратам со скоростью его движения. В связи с противоточной схемой движения теплоносителей отклонения температур передаются внутри замкнутого контура.

Расчет квазистационарных и нестационарных режимов работы

Расходы прямого и обратного потоков во всех теплообменниках изменяются на величины, определяемые изменениями расхода после компрессора и расхода детандерного потока. Последний определяется, в первую очередь, температурой и давлением прямого потока перед первым ТД.

Таблица 7.7.

Средние скорости газа и времена транспорта в теплообменниках КГУ-500/4,5

Теплообменник	w_h , м/с	w_c , м/с	τ_h , с	τ , с
1	14,305	7,103	0,647	0,048
2	10,137	5,856	0,636	0,050
3	6,741	2,972	0,514	0,032
4а	4,316	1,573	2,757	0,143
4б	6,293	1,573	1,891	0,143
5	1,377	1,150	3,624	0,102
6	1,555	0,832	1,221	0,088
7	1,769	0,511	1,074	0,143

В отличие от изменений температуры и расхода, изменения давления передаются как в направлении движения потоков, так и в обратном направлении. Изменение расходов и давлений по сравнению с исходным стационарным режимом приводит к изменению коэффициентов уравнений динамики теплообменников и через них влияет на распределение температур.

Уменьшение тепловой нагрузки рефрижератора вызывает накопление жидкого гелия в сосуде, и обратный поток становится меньше, чем прямой. Увеличение тепловой нагрузки приводит к испарению накопленного гелия, либо необходимо увеличить массовый расход прямого потока. В замкнутой схеме при достаточном количестве жидкого гелия в сосуде температура обратного потока на входе в систему постоянна.

Время транспорта потоков в теплообменниках определяется как

$$\tau_h = L / w_h; \tau_c = H / w_c \quad (7.12)$$

где

$$w_h = 1/L \int_0^L w_h(l) dl; \quad w_c = 1/H \int_0^H w_c(h) dh;$$

L - длина трубок; H - высота навивки.

При шаге интегрирования во времени $\Delta\tau = 1\text{с}$ $\max\tau_s < 4\Delta\tau$ (табл.7.7), поэтому для определения $A_i^{k+1}(\tau)$ по выражению, (7.11) интерполяцией необходимо хранить значения B_i^k в узлах $n - 3, n - 2, n$. Поскольку в большинстве элементов схемы $\tau_s < 2\Delta\tau$, достаточно допустить экстраполяцию и хранить результаты интегрирования только в узлах $n - 1, n$, что также необходимо для моделирования динамики теплообменников с помощью неявных разностных схем, приведенных в разделе 4.2.

Уравнения, описывающие установку КГУ-500/4,5 (рис.2.3) в задаче расчета нестационарного рефрижераторного режима при заданном законе изменения во времени холодопроизводительности $Q(\tau)$, запишем в виде:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \zeta(G_{d11} - G_{d10}) = 0; \\ f_2(x) &= T_{8'} - T_{8''} = 0; \\ f_3(x) &= T_{9'} - T_{9''} = 0; \\ f_4(x) &= T_{7'} - \max\{T_7, T_{8'}\} = 0. \end{aligned} \tag{7.13}$$

Здесь первое уравнение означает равенство массовых расходов гелия в 10-м и 11-м ТД, второе и третье - совпадение температур в точках разрыва при расчете теплообменников с 1-го по 6-й „сверху вниз“, а 7-го – „снизу вверх“ по схеме КГУ. Четвертое уравнение эквивалентно неравенству $T_{8'} \leq T_7$.

Варьируемые переменные задачи (7.13): давление прямого потока на входе в 1-й теплообменник $x_1 = p_1$; степень расширения гелия в ТД 11, $x_2 = p_{15} / p_4$; отношение давлений в дросселе 9, $x_3 = p_{3'} / p_{9'}$; массовый расход прямого потока, $x_4 = G_1$.

Холодопроизводительность $Q(\tau)$ определяется интерполяцией по заданной таблице ее значений. Для постановки начального условия выполняется расчет КРР, соответствующего значению $Q(\tau = 0)$.

Расчет коэффициентов уравнений динамики теплообменников можно выполнить на каждом шаге интегрирования во времени, либо, с целью увеличения скорости вычислений, через несколько шагов.

Вычисление левых частей системы уравнений (7.13) осуществляется в подпрограмме, моделирующей технологическую схему установки с помощью вызовов модулей расчета динамики теплообменников, детандеров и дросселя и передачи потоков между ними с учетом времени запаздывания. Время вычислений в основном определяется числом расчетов минимизируемого функционала ($N = 8-20$) в методе прямого поиска.

Основные результаты расчета НРР с линейным изменением $Q(\tau)$ при $Q(\tau = 0) = 415$ Вт, $Q(\tau = 120 \text{ с}) = 380$ Вт приведены в табл. 7.8, 7.9. Сопоставление расчетных профилей температур с измеренными в КРР соответствующих холодопроизводительностей (рис. 7.5, 7.6) показывает, что результаты моделирования качественно верно передали основные закономерности нестационарных процессов в КГУ.

Основными источниками возмущений в КГУ являются объекты криостатирования, функционирующие с переменной во времени тепловой нагрузкой и длительностью регулярных импульсов от микросекунды до нескольких минут. Так для сверхпроводящей магнитной системы ускорителя УНК-3000 характерна пульсирующая тепловая нагрузка с периодом около 40с. При этом имеют место колебания температуры гелия в канале и расхода криоагента на входе в обратный поток КГУ [46].

Другими источниками возникновения нестационарных процессов могут быть аварийные ситуации, возникающие как в криостатируемом объекте (повышение тепло-выделения, нарушение вакуума и др.), так и оборудование КГУ (выход из строя детандеров) [22].

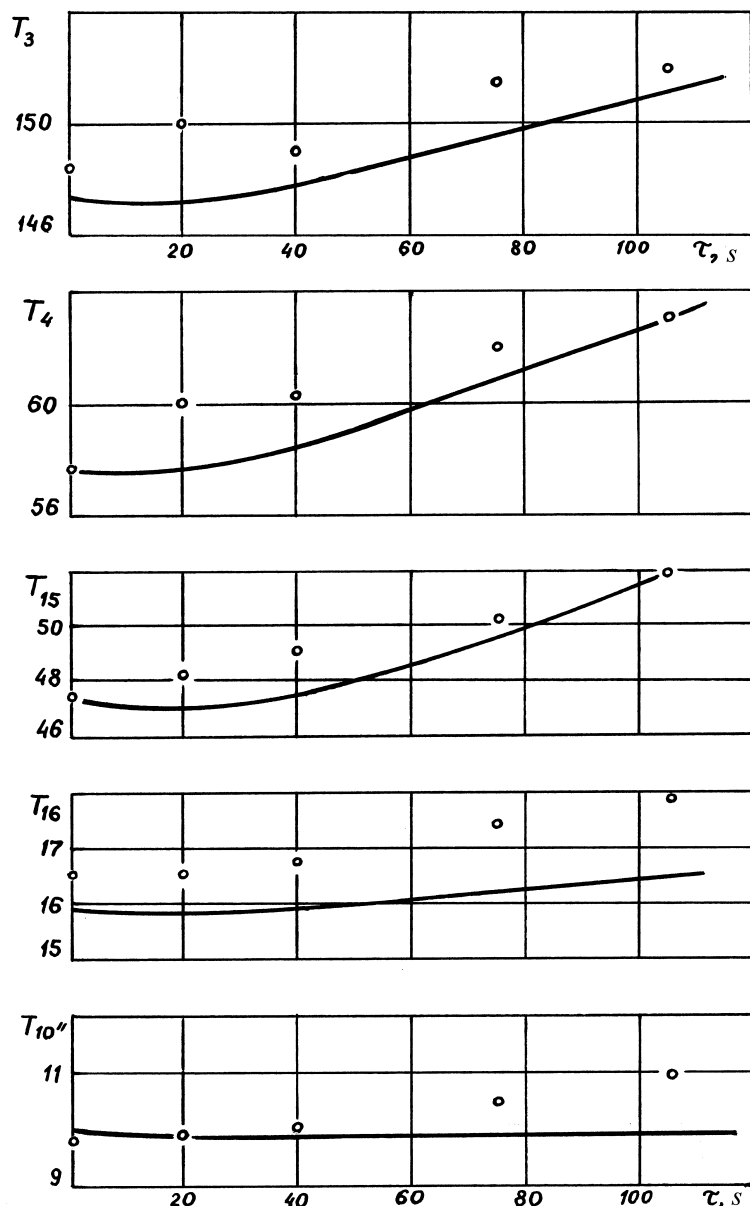


Рис.7.5. Расчетные профили температур прямого и детандерного потоков установки КГУ-500/4,5. о - измеренные значения температур в КРР соответствующей производительности

Результаты экспериментального исследования установки КГУ-500/4,5 в НРР с изменяющейся во времени тепловой нагрузкой приведены в работе [22]. Значения нагрузки составляли 615, 145, 335 Вт при равной длительности импульса $\tau_i = 40 - 300$ с для каждого значения нагрузки. Записанные в экспериментах профили температур после 2-го ТД - одни из немногих в литературе данных о работе КГУ в нестационарных режимах с импульсной нагрузкой, пригодных для идентификации математических моделей. Поэтому имитационное

моделирование экспериментальных НРР должно служить характеристикой возможностей разработанных программных средств.

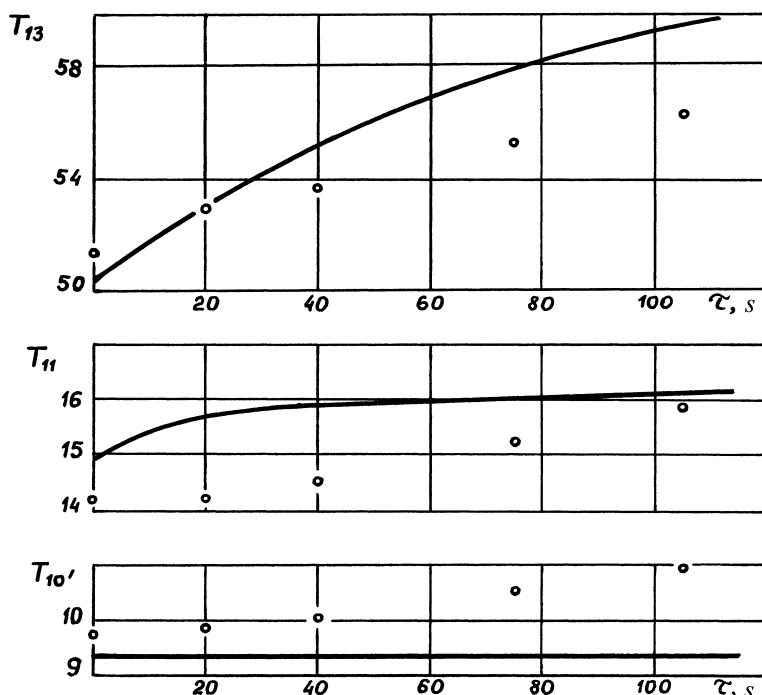


Рис.7.6. Расчетные профили температур обратного потока установки КГУ-500/4,5. о - измеренные значения температур в КРР соответствующей производительности

Таблица 7.8

Значения переменных и функционала на шагахинтегрирования

t, c	x_1	x_2	x_3	x_4	$F(x)$
11	2,125	0,3663	0,3058	0,0604	0,1188
10	2,136	0,4103	0,3063	0,0605	0,0183
20	2,132	0,4073	0,3055	0,0605	0,0109
30	2,149	0,4067	0,3065	0,0605	0,0169
40	2,165	0,4070	0,3062	0,0606	0,0150
50	2,188	0,4078	0,3041	0,0611	0,0164
60	2,210	0,4086	0,3005	0,0617	0,0189
70	2,230	0,4126	0,3000	0,0168	0,0318
80	2,290	0,4101	0,2965	0,0619	0,0267
90	2,299	0,4144	0,2971	0,0617	0,0543

Таблица 7.9

Результаты расчета НРР

τ, c	$Q, кВт$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	N
1	0,415	-0,0117	0,1268	0,0236	-0,3195	21
10	0,413	-0,1188	-0,0234	0,0600	0,0	9
20	0,410	-0,0992	-0,0215	0,0253	-0,0002	7
30	0,408	-0,0962	-0,0813	-0,0329	-0,0004	8
40	0,405	-0,1031	-0,0182	-0,0199	-0,0605	9
50	0,403	-0,1131	-0,0214	-0,0117	-0,0544	7
60	0,400	-0,1244	-0,0047	0,0187	-0,0500	7
70	0,396	-0,1646	0,0100	0,0199	-0,0647	8
80	0,395	-0,1402	0,0018	0,0038	-0,0838	8
90	0,393	-0,1853	0,0607	0,0400	-0,1210	20

В качестве исходного при моделировании НРР с импульсной нагрузкой принят режим 7 (табл.7.2) с холодопроизводительностью 415 Вт. Как и в работе [22], значения нагрузки в вычислительном эксперименте составляли 615, 145, 335 Вт при длительности импульса 40 с, 120 с, 240 с. Время перехода от одной нагрузки на другую принято равным 5 с, шаг интегрирования во времени $\Delta\tau = 1$ с, коэффициенты системы уравнений динамики (4.21) пересчитывались через 5 с, а в период подъема или понижения нагрузки на каждом шаге.

Изменяющаяся во времени тепловая нагрузка приводит к увеличению либо падению расхода обратного потока при постоянном расходе прямого потока после компрессора, соответствующем исходному КРР. Поскольку суммарное время транспорта обратного потока меньше шага по времени, $\sum \tau_s \leq \Delta\tau$, запаздывание по расходу G_c не должно влиять на результаты интегрирования и можно полагать $G_c^k(\tau) = G_c^{k-1}(\tau)$.

При отсутствии управляющих воздействий и расчете системы „сверху вниз“ по схеме из системы (7.13) остается только первое уравнение и одна варьируемая переменная ε_{d10} . Это уравнение решается методом деления интервала пополам за 5 - 7 итераций. Перенос расчета коэффициентов на предыдущий шаг по времени позволяет избавиться от нелинейностей. Расчеты показали, что в

режимах с длительностью импульса 40 и 120 с изменение температуры после 2-го детандера невелико, а за время цикла температуры детандерного потока возвращаются к исходным значениям.

При моделировании предполагаемых аварийных ситуаций можно рассмотреть варианты выхода из строя детандера 10, детандера 11, либо обоих турбодетандеров. Для неработающих машин, в первом приближении, можно полагать, что расходные характеристики, аппроксимированные в разделе 3.3, не изменяются, а процесс расширения вместо $\Delta h_d = \eta_s \Delta h_s$ описывается как процесс дросселирования $h(p_0, T_0) = h(p_k, T_k)$.

Аналогично задаче расчета режимов с импульсной нагрузкой, остается первое уравнение системы (7.13) и варьируемая переменная $x_1 = \varepsilon_{d10}$. Необходимость решения краевой задачи для теплообменника 7 приводит к третьему уравнению системы (7.13) с переменной $x_2 = T_8$. При этом вместо системы можно решать каждое из них в отдельности, что повышает вычислительную эффективность алгоритма.

Таким образом, метод моделирования НРР КГУ на основе численного решения системы дифференциальных и алгебраических уравнений вполне эффективен при анализе НРР, поскольку он отражает распределенный характер моделируемых процессов, позволяет учесть транспортное запаздывание, достаточно строго математически обоснован и позволяет разработать приемлемые по быстродействию алгоритмы расчета переходных режимов.